

Code No. **35**

Total No. of Questions : 40]

[Total No. of Printed Pages : 15

March, 2008

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes]

[Max. Marks : 100

(Kannada Version)

- ಸೂಚನೆ : i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ii) ವಿಭಾಗ - **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ - **E** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಭಾಗ - A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 1 = 10

1. $2x + 5 \equiv x + 4 \pmod{5}$ ನ ಕನಿಷ್ಠ ಧನಾತ್ಮಕ ಪೂರ್ಣಾಂಕ x ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.
2. $A = \begin{bmatrix} 5 - x & 2y - 8 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ಅದಿಶ ಮಾತೃಕೆ ಆದರೆ, x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಏನು ?
3. $a * b = \frac{3ab}{7}$ ಆದರೆ, $*$ ಸಹವರ್ತನೆಯ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

[Turn over

Code No. 35

2

4. ಸಮತಲ ಸದಿಶಗಳನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

5. $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ ವೃತ್ತವು ಎರಡು ಅಕ್ಷಗಳನ್ನು ಸ್ಪರ್ಶಿಸಲು ಇರುವ ನಿಬಂಧನೆ ಏನು ?

6. $y^2 = 12x$ ಪರವಲಯದ ನಾಭಿಲಂಬದ ಉದ್ದದ ಕೊನೆ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಕಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. $\tan (\tan^{-1} 3) + \sec^{-1} \{ \sec^{-1} (- 2) \}$ ರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

8. i ನ ಗುಣಾಕಾರ ವಿಲೋಮವನ್ನು (Multiplicative inverse) ಬರೆಯಿರಿ.

9. x ಅನ್ನು ಕುರಿತು $y = f (x)$ ನಿರಂತರ ಉತ್ಪನ್ನ ವಾಕ್ಯದ ಅವಕಲ ಗುಣಾಂಕದ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನ ಕೊಡಿ.

10. $\int \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 2 = 20

11. z ಮೇಲಿನ ಸರ್ವಾಂಗಸಮ ಮಾಪನ (Congruence modulo) m ಸಂಬಂಧವು z ಮೇಲಿನ ತುಲ್ಯತಾ ಸಂಬಂಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಅಥವಾ $a \equiv b (\text{mod } m)$, z ಮೇಲಿನ ತುಲ್ಯತಾ ಸಂಬಂಧವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

12. ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : $\begin{vmatrix} 2001 & 2004 \\ 2007 & 2010 \end{vmatrix}$

13. ಒಂದು ಸಂಕುಲದ $(G, *)$ ಯು $\forall a \in G, a^{-1} = a$ ಆದರೆ, $(G, *)$ ಯು ಒಂದು ಅಬೀಲಿಯನ್ ಸಂಕುಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

14. $\lambda \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ಮತ್ತು $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ಇವೆರಡೂ ಲಂಬ ಸದೀಶಗಳಾಗಿದ್ದರೆ λ ದ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. $x = 3 + 2 \cos \theta$ ಮತ್ತು $y = 1 + 2 \sin \theta$ ಪ್ರಮಿತಿಯ ಸಮೀಕರಣಗಳಿಂದ ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16. ಅನುಪ್ರಸ್ಥ ಅಕ್ಷ = 10, ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆ $(e) = 2$ ಆದಾಗ, ಅತಿಪರವಲಯದ (Hyperbola) ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. $\tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{1}{2} + \cos^{-1} \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$ ಆದರೆ, x ಬೆಲೆ ಏನು ?

18. $e^{1+i\pi/3} + e^{1-i\pi/3} = e$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

19. $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$ ಆದರೆ, (a, b) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ $\frac{dy}{dx}$ ನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

20. $(1, 3)$ ರಲ್ಲಿ $x^3 + xy + y^2 = 13$ ವಕ್ರರೇಖೆಗೆ ಉಪಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21. $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$ ನ ಬೆಲೆ ಏನು ?

22. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = c$ ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರಮಿತಿ c ಯನ್ನು ಹೊರತುಪಡಿಸಿ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿ.

[Turn over

Code No. 35

4

ವಿಭಾಗ - C

I. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : 3 × 5 = 15

23. 39744 ರ ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ವಿಭಾಜಕಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ವಿಭಾಜಕಗಳ ಮೊತ್ತಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

24. a)
$$\begin{vmatrix} a^2 + bc & a & 1 \\ b^2 + ca & b & 1 \\ c^2 + ab & c & 1 \end{vmatrix} = -2(a - b)(b - c)(c - a)$$
 ಎಂದು

ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) ಕ್ರಮಾನ್ವಯವನ್ನು ನಿಯಮದಂತೆ x ಮತ್ತು y ಗಳ ಬೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$x + 2y = 7$$

$$4x - 5y = 2. \quad \text{2}$$

25. a) ಗುಣಾಕಾರ ಸಾಪೇಕ್ಷದ (Multiplication modulo) ಅಧೀನದಲ್ಲಿ

$$H = \{ 1, 2, 4 \} \otimes_7 \quad \text{ಎಂಬುದು} \quad G = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \otimes_7$$

ಸಂಕುಲದ ಉಪಸಂಕುಲವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) ಸಂಕುಲದ ತತ್ಸಮಕ ಅವಯವವು ಏಕೈಕವಾಗಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2

26. a) $\hat{i} - \hat{j} + \lambda\hat{k}$, $4\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$, $5\hat{i} + \hat{j} + 14\hat{k}$ ಮತ್ತು $3\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k}$ ಎಂಬ ಸದಿಶಗಳು ನಾಲ್ಕು ಸಮತಲ ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಿತಿ ಸದಿಶಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, λ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ ಇದರ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಕಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

2 × 5 = 10

27. a) $x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$ ಮತ್ತು $x^2 + y^2 - 4y + 1 = 0$ ವೃತ್ತಗಳನ್ನು ಲಂಬವಾಗಿ ಛೇದಿಸುವ ಮತ್ತು $3x + 4y + 5 = 0$ ಸರಳ ರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) (4, 2) ಮತ್ತು (- 5, 7) ಬಿಂದುಗಳು ವ್ಯಾಸದ ತುದಿಗಳಾಗಿರುವ ವೃತ್ತದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

28. a) $y = mx + c$ ಸರಳರೇಖೆಯು $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ಅತಿಪರವಲಯಕ್ಕೆ (Hyperbola) ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಬೇಕಾಗಲು ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $y^2 - 8x - 32 = 0$ ಪರವಲಯದ (Parabola) ನಾಭಿಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

29. $\tan^{-1} \sqrt{\frac{a(a+b+c)}{bc}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{b(a+b+c)}{ca}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{c(a+b+c)}{ab}} = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 5

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

3 × 5 = 15

30. a) ಮೂಲ ತತ್ವದಿಂದ x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ, $\operatorname{cosec} (ax)$ ಅನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ. 3

b) $\sin x$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು $\log_e x$ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಅವಲಂಬಿಸಿದಂತೆ ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ. 2

[Turn over

Code No. 35

6

31. a) $e^x + e^y = e^{x+y}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = -e^{y-x}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2

b) $x = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}$, $y = \cos^{-1}(4t^3 - 3t)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = 6$

ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

32. a) $y = \sin^2 \left\{ \cot^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right\}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

33. a) $\int \frac{\cos x}{2 \sin^2 x + 3 \sin x + 4} dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

34. ಸಮಾಕಲನ ವಿಧಾನದಿಂದ $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $2 \times 10 = 20$

35. a) ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆಯನ್ನು ತಿಳಿಸಿ. ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

ಆದರ್ಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, ಕ್ಯಾಲಿ-ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ, A ನ

ಅನುಲೋಮವನ್ನು (A^{-1}) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

36. a) ಎಲ್ಲಾ ಅಕರಣೀಯ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳಿಗೆ ಡಿ ಮೂಯಿವರ್‌ನ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ನಿರೂಪಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) ಜ್ಯಾ ನಿಯಮ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ ಎಂದು ಸದಿಶ ಪದ್ಧತಿಯಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿ. 4

37. a) a ತ್ರಿಜ್ಯವುಳ್ಳ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಆಯತವನ್ನು ಅಂತರ್ಗತಗೊಳಿಸಬೇಕಾದರೆ ಆ ಆಯತವು ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $(\sqrt{3} + 1) \cos \theta + (\sqrt{3} - 1) \sin \theta = 2$ ಎಂಬುದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

38. a) $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $\frac{dy}{dx} = (x + y - 1)^2$ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ. 4

ವಿಭಾಗ - E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : 1 × 10 = 10

39. a) $1 + i$ ಮಿಶ್ರ ಊಹೆ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ. 4

b) $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ ವೃತ್ತ ಮತ್ತು $x - 7y - 8 = 0$ ರೇಖೆ ಇವುಗಳಿಂದ ಛೇದಿಸಲ್ಪಡುವ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c) 7^{123} ಸಂಖ್ಯೆಯ ಏಕಕ ಸ್ಥಾನ (ಬಿಡಿ ಸ್ಥಾನ) ದ ಅಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

[Turn over

Code No. 35

8

40. a) $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$ ಮತ್ತು $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$ ಆದರೆ, $|\vec{a} - \vec{b}|$

ಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

4

b) $\int \tan^4 x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4

c) $y = \log \sqrt{\cos x}$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2

HowToExam.com

(**English Version**)

Instructions : i) The question paper has *five Parts – A, B, C, D and E.*
Answer all the parts.

ii) **Part – A** carries 10 marks, **Part – B** carries 20 marks,
Part – C carries 40 marks, **Part – D** carries 20 marks and
Part – E carries 10 marks.

PART – A

Answer *all* the *ten* questions :

10 × 1 = 10

1. Find the least positive integer x satisfying $2x + 5 \equiv x + 4 \pmod{5}$.
2. If $A = \begin{bmatrix} 5 - x & 2y - 8 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ is scalar matrix, find x and y .
3. If $a * b = \frac{3ab}{7}$, then prove that $*$ is associative.
4. Define co-planar vectors.
5. Write the condition for the circle $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ touches both axes.
6. Find the co-ordinates of the end points of length of the latus rectum of the parabola $y^2 = 12x$.
7. Find the value of $\tan (\tan^{-1} 3) + \sec^{-1} \{ \sec (- 2) \}$.

[Turn over

Code No. 35

10

8. Write the multiplicative inverse of i .
9. Define the differential coefficient of a continuous function $y = f(x)$ w.r.t. x .
10. Evaluate $\int \frac{1 - \cos x}{\sin^2 x} dx$.

PART - B

Answer any *ten* questions :

10 × 2 = 20

11. The relation 'Congruence modulo m ' is an equivalence relation on z or prove that $a \equiv b \pmod{m}$ is an equivalence relation on z .
12. Evaluate $\begin{vmatrix} 2001 & 2004 \\ 2007 & 2010 \end{vmatrix}$.
13. If in a group $(G, *) \forall a \in G, a^{-1} = a$, then prove that $(G, *)$ is an Abelian group.
14. If the vectors $\lambda \hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ are orthogonal, find λ .
15. Find the area of the circle whose parametric equations are $x = 3 + 2 \cos \theta$ and $y = 1 + 2 \sin \theta$.

16. Find the equation of the hyperbola in the form $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. Given

that transverse axis = 10, and eccentricity (e) = 2.

17. Find x if $\tan^{-1} x = \sin^{-1} \frac{1}{2} + \cos^{-1} \frac{\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{2}}$.

18. Prove that $e^{1+i\pi/3} + e^{1-i\pi/3} = e$.

19. If $\left(\frac{x}{a}\right)^n + \left(\frac{y}{b}\right)^n = 2$, then find $\frac{dy}{dx}$ at (a, b) .

20. Find the length of the sub-tangent to the curve $x^3 + xy + y^2 = 13$ at $(1, 3)$.

21. Evaluate $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$.

22. Form the differential equation by eliminating the parameter c .

$$\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = c.$$

PART – C

I. Answer any *three* questions :

$3 \times 5 = 15$

23. Find the number of all positive divisors and the sum of all positive divisors of 39744.

5

[Turn over

Code No. 35

12

24. a) Show that

$$\begin{vmatrix} a^2 + bc & a & 1 \\ b^2 + ca & b & 1 \\ c^2 + ab & c & 1 \end{vmatrix} = -2(a - b)(b - c)(c - a). \quad 3$$

b) Find the values of x and y according to Cramer's rule :

$$x + 2y = 7$$

$$4x - 5y = 2. \quad 2$$

25. a) Prove that the set $H = \{ 1, 2, 4 \} \otimes_7$ is a sub-group of the group

$$G = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \otimes_7 \text{ under multiplication modulo 7.} \quad 3$$

b) Prove that the identity element of a group is unique. 2

26. a) If the vectors $\hat{i} - \hat{j} + \lambda\hat{k}$, $4\hat{i} + 2\hat{j} + 9\hat{k}$, $5\hat{i} + \hat{j} + 14\hat{k}$ and $3\hat{i} + 2\hat{j} + 7\hat{k}$ are the position vectors of the four coplanar points, find λ . 3

b) Find the unit vector in the direction of $2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$. 2

II. Answer any *two* questions : 2 × 5 = 10

27. a) Find the equation of the circle which cuts the two circles $x^2 + y^2 - 6y + 1 = 0$ and $x^2 + y^2 - 4y + 1 = 0$ orthogonally and whose centre lies on the line $3x + 4y + 5 = 0$. 3

b) Find the equation of the circle having (4, 2) and (- 5, 7) as end points of the diameter. 2

28. a) Find the condition for the line $y = mx + c$ to be a tangent to the hyperbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$. 3

b) Find the focus of the parabola $y^2 - 8x - 32 = 0$. 2

29. Prove that

$$\tan^{-1} \sqrt{\frac{a(a+b+c)}{bc}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{b(a+b+c)}{ca}} + \tan^{-1} \sqrt{\frac{c(a+b+c)}{ab}} = 0 \quad 5$$

III. Answer any *three* of the following questions : 3 × 5 = 15

30. a) Differentiate $\operatorname{cosec}(ax)$ w.r.t. x from the first principle. 3

b) Differentiate $\sin x$ with respect to $\log_e x$. 2

31. a) If $e^x + e^y = e^{x+y}$ prove that $\frac{dy}{dx} = -e^{y-x}$. 2

b) If $x = \tan^{-1} \sqrt{\frac{1-t}{1+t}}$, $y = \cos^{-1}(4t^3 - 3t)$, prove that

$$\frac{dy}{dx} = 6. \quad 3$$

32. a) If $y = \sin^2 \left\{ \cot^{-1} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \right\}$, prove that $\frac{dy}{dx} = -\frac{1}{2}$. 3

b) Evaluate $\int \frac{\sin x}{1 + \sin x} dx$. 2

[Turn over

Code No. 35

14

33. a) Evaluate $\int \frac{\cos x}{2 \sin^2 x + 3 \sin x + 4} dx$. 3
- b) Evaluate $\int \frac{x}{\sqrt{x^2 - 4}} dx$. 2
34. Find the area of the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ by integration method. 5

PART - D

Answer any *two* of the following questions : 2 × 10 = 20

35. a) Define an ellipse. Derive the equation of the ellipse in the standard form
- $$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1. \quad 6$$
- b) If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, find A^{-1} by Cayley-Hamilton theorem. 4
36. a) State and prove D’Moivre’s theorem for rational index. 6
- b) Prove that the sine rule
- $$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \text{ by vector method.} \quad 4$$
37. a) Prove that the greatest size rectangle that can be inscribed in a circle of radius a is a square. 6
- b) Find the general solution of
- $$(\sqrt{3} + 1) \cos \theta + (\sqrt{3} - 1) \sin \theta = 2. \quad 4$$

38. a) Prove that $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{\sin x + \cos x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \log \left(\frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} \right)$. 6

b) Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = (x + y - 1)^2$. 4

PART - E

Answer any *one* of the following questions :

1 × 10 = 10

39. a) Find the cube roots of $1 + i$ and represent the Argand diagram. 4

b) Find the length of the chord intercepted by the circle

$x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$ and the line $x - 7y - 8 = 0$. 4

c) Find the digit in the unit place of 7^{123} . 2

40. a) If $|\vec{a}| = 13$, $|\vec{b}| = 19$, $|\vec{a} + \vec{b}| = 24$, find $|\vec{a} - \vec{b}|$. 4

b) Find $\int \tan^4 x \, dx$. 4

c) If $y = \log \sqrt{\cos x}$, find $\frac{dy}{dx}$. 2

=====

[Turn over