

ಹೊಸ ಪರ್ಯಾಕ್ರಮ ( ೨೦೦೫-೦೬ ಮತ್ತು ೨೦೦೬-೦೭ ಶೈಕ್ಷಣಿಕ ವರ್ಷದಲ್ಲಿ ಅಭಿಷ್ಠಾನ ಮಾಡಿದ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗೆ )  
New Scheme ( For Students studied during the Years 2005-06 & 2006-07 )

## Code No. 35-NS

Total No. of Questions : 38 ]

[ Total No. of Printed Pages : 15

**March / April, 2007**

## MATHEMATICS

( Kannada and English Versions )

( New Syllabus )

Time : 3 Hours ]

[ Max. Marks : 90

( Kannada Version )

- ಪೂರ್ವಃ:** i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪರ್ತಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C** ಮತ್ತು **D** ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
- ii) ವಿಭಾಗ - **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ - **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

**ವಿಭಾಗ - A**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

$10 \times 1 = 10$

1.  $5x \equiv 4 \pmod{13}$  ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸರಿದೊಗ್ನಿಸುವ ಯಾವ ಒಂದು ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಬೆಲೆಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2.  $\begin{bmatrix} 6 & x-2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$  ಮಾತ್ರಾಕೆಯು ಅವೃತ್ತಮಣೀಯವಾದರೆ ( Singular ),  $x$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು

ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[ Turn over

Code No. 35-NS

2

3. ಪ್ರಾಣಾಂಕಗಳ ಗಣ  $Z$  ಮೇಲೆ  $a \circ b = a + b + 1, \forall a, b \in Z$  ನಿಂದ “O”

ನಿರೂಪಿತವಾದರೆ ತತ್ವಮುಕ ಅವಯವ ( Identity element ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4.  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  ಮತ್ತು  $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$  ಆದರೆ,  $\vec{a} + \vec{b}$  ಯ ಪರಿಮಾಣ ( Magnitude )

ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5.  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  ಎನ್ನುವುದು ಒಂದು ಬಿಂದು ಘಟ್ಟ ( Point circle ) ವಾಗಲು

ಅಗತ್ಯವಾದ ನಿಬಂಧನೆ ( $g, f$  ಮತ್ತು  $c$  ಗಳಲ್ಲಿ) ಏನು ?

6.  $y^2 = -8x$  ಪರವಲಯದ ನಿರ್ದೇಶಕ ರೇಖೆ ( Directrix ) ಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7.  $\sin \left[ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left( \frac{-\sqrt{3}}{2} \right) \right]$  ರ ಚೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8. ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ  $\frac{2-i}{5i}$  ನ ಮಾಪಾಂಕ ( Modulus ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9.  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$  ಆದರೆ,  $f'(1)$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10. ಚೆಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :  $\int_0^{\pi/4} \sin^3 x \cos x \, dx$ .

## ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

$10 \times 2 = 20$

11.  $a \equiv b \pmod{m}$  ಆಗಿದ್ದು,  $n > 1, m$  ನ ಒಂದು ಧನ ಅಪವರ್ತನವಾಗಿದ್ದರೆ,  $a \equiv b \pmod{n}$

ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

12. ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$$

13. ಶೂನ್ಯ ಗಣವಲ್ಲದ ಗಣ S ನ ಮೇಲಿನ “ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆ”ಯ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಕೊಡಿ. ಪೂರ್ಣಾಂಕ ಗಣ Z ಮೇಲೆ \* ಕ್ರಿಯೆಯು  $a * b = a^b$  ಎಂದು ನಿರೂಪಿತವಾಗಿದೆ. \* ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆಯಲ್ಲ ಎನ್ನುವುದಕ್ಕೆ ಒಂದು ಉದಾಹರಣೆಯನ್ನು ಕೊಡಿ.

14.  $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  ಮತ್ತು  $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$  ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. ( 1, 5 ) ಬಿಂದುವು  $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 3 = 0$  ವೃತ್ತದ ಹೊರಗಿದೆಯೆ, ಒಳಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ವೃತ್ತದ ಮೇಲೆ ಇದೆಯೇ ಎನ್ನುವುದನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16. ಒಂದು ದೀಘವೃತ್ತ ( Ellipse ) ದ ಪ್ರಥಾನ ಅಕ್ಷದ ಎರಡು ತುದಿಗಳು ( 5, 0 ) ಮತ್ತು ( -5, 0 ) ಅಗಿವೆ.  $3x - 5y - 9 = 0$  ಒಂದು ನಾಭಿ ಜ್ಯೋ ( Focal chord ) ಅಗಿದ್ದರೆ, ದೀಘವೃತ್ತದ ಉತ್ತೇಂದ್ರತೆ ( Eccentricity ) ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. ಸಾಧಿಸಿ :  $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \frac{\pi}{2}$ .

18.  $x = \cos \alpha + i \sin \alpha$  ಮತ್ತು  $y = \cos \beta + i \sin \beta$  ಆದರೆ,

$$\frac{y^3}{x^2} + \frac{x^2}{y^3} = 2 \cos (3\beta - 2\alpha) \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.}$$

19.  $x^y = a^x$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx} = \frac{x \log a - y}{x \log x}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

20.  $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$       ವಕ್ರರೇಖೆಗೆ      ( 1,  $\sqrt{3}$  )      ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ      ಉಂಟಾಗುವ ಉಪಸ್ವರ್ತಕದ ( Subtangent ) ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[ Turn over

Code No. 35-NS

4

21.  $\sin 3x \cos x$  ಅನ್ನ  $x$  ಕುರಿತಂತೆ ಸಮಾಕಲನ ( Integrate ) ಮಾಡಿ.

22. ಕಾಟೀಸಿಯನ್ ಸಮತಲದ ಮೂಲಬಿಂದು ( Origin ) ವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಎಲ್ಲಾ ಸರಳ ರೇಖೆಗಳ ಸಮೂಹದ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣ ( Differential equation ) ವನ್ನ ರೂಪಿಸಿ.

**ವಿಭಾಗ - C**I. ಈ ಕೆಳಗಿನವರ್ಗಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :  $3 \times 5 = 15$ 

23. 408 ಮತ್ತು 1032 ಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ( G.C.D. ) ವನ್ನ ಯೂಕ್ಟಿಡ್ ಅಲ್ಗಾರಿಥಮ್ ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅದನ್ನು  $m, n$  ಗಳು ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳಾದಾಗ  $408m + 1032n$  ರೂಪದಲ್ಲಿ, ಏರಡು ರೀತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.  $5$

$$24. \text{ a) } \begin{bmatrix} x & 2 & -3 \\ 5 & y & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 19 & -5 & 16 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

ಆದರೆ,  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.  $3$ 

b) ಕ್ರೇಮರ್‌ನ ನಿಯಮದಿಂದ ( Cramer's rule ) ಬಿಡಿಸಿ :

$$2x - y = 10$$

$$x - 2y = 2. \quad 2$$

25. a)  $H$  ಶೈಫ್ ಗಣವಾಗಿಲ್ಲ ಮತ್ತು  $G$  ಯ ಉಪಗಣವಾಗಿದೆ. ( $G, *$ ) ಒಂದು ಸಮುದಾಯ ( Group ) ವಾಗಿದೆ. ಎಲ್ಲಾ  $a, b \in H$  ಗಳಿಗೆ  $a * b^{-1} \in H$  ಆದರೆ, ( $H, *$ ) ವು ( $G, *$ ) ನ ಉಪಸಮುದಾಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.  $3$

b) ಸಮುದಾಯ  $G$  ಯಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಗಣಾಂಶ ( Element ) ವೂ ತನ್ನದೇ ವಿಲೋಮವಾಗಿದ್ದರೆ  $G$  ಯು ಒಂದು ಅಬೀಲಿಯನ್ ( Abelian ) ಸಮುದಾಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ.  $2$

26. a) ಒಂದು ಶ್ರಿಭುಜದ ಶೈಂಗಗಳು ( Vertices ) ( 1, 2, 3 ), ( 2, - 1, 1 )  
ಮತ್ತು ( 1, 2, - 4 ) ಗಳಾಗಿದ್ದರೆ, ಸದಿತ ಪದ್ಧತಿ ( Vector method ) ಯಿಂದ  
ಶ್ರಿಭುಜದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3
- b)  $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$  ಮತ್ತು  $\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$  ಗಳು ಏಕಕ್ಕಂಗ  
ಸಂಪಾತ ಅಂಚು ( Co-terminal ) ಗಳಾಗಿರುವ, ಸಮಾಂತರ ಚತುಭುಜ  
ಫುನದ ( Parallellopiped ) ಫುನಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :  $2 \times 5 = 10$

27. a) ( 2, 3 ) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ, ಕೇಂದ್ರವನ್ನು  $x + y = 4$  ರೇಖೆಯ  
ಮೇಲೆ ಹೊಂದಿರುವ ಮತ್ತು  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$  ವೃತ್ತವನ್ನು  
ಲಂಬವಾಗಿ ಭೇದಿಸುವ ವೃತ್ತದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3
- b)  $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 4y - 4 = 0$  ಮತ್ತು  
 $x^2 + y^2 - 2x - 5 = 0$  ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷ ಕೇಂದ್ರ ( Radical centre )  
ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2
28. a) ಅತಿಪರವಲಯ ( Hyperbola )  $x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0$  ಯ ಕೇಂದ್ರ  
ಮತ್ತು ಉತ್ಪೇಂದ್ರತೆ ( Eccentricity ) ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3
- b) ಒಂದು ಪರವಲಯದ ಶೈಂಗವು ( Vertex ) ( - 4, 2 ) ಮತ್ತು ಅಕ್ಷವು ( Axis )  $y =$   
2 ಆಗಿದ್ದು, ಅದು ( 0, 6 ) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋದರೆ ಅದರ  
ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

[ Turn over

Code No. 35-NS

6

29. a)  $x \geq 0$  ಮತ್ತು  $y \geq 0$  ಆದಾಗೆ,

$$\sin^{-1} x - \sin^{-1} y = \sin^{-1} (x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2})$$

ಆಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

3

b)  $\cos x - \cos 7x = \sin 4x$  ಸಮೀಕರಣದ ಸಾರ್ವತ್ರಿಕ ಪರಿಹಾರ ( General solution ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

$3 \times 5 = 15$

30. a)  $e^x$  ಅನ್ನು  $x$  ಕುರಿತಂತೆ ಪ್ರಥಮ ತತ್ವಗಳನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಅವಕಲಿಸಿ. 3

b)  $\log_{10}(\log x)$  ಅನ್ನು  $x$  ಕುರಿತಂತೆ ಅವಕಲಿಸಿ. 2

31. a)  $y = x \cosh x$  ಆದರೆ,

$$xy_2 - 2y_1 - xy + 2 \cosh x = 0 \text{ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.}$$

3

b)  $x^x$  ಉತ್ಪನ್ನ ( Function ) ವು  $x = \frac{1}{e}$  ಆದಾಗ, ಕನಿಷ್ಠ ಬೆಲೆ ( Minimum )

ಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2

32. a) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :  $\int \frac{x+1}{x^2 - 4x + 6} dx.$  3

b) ಒಂದು ಕಲ್ಲನ್ನು ನೇರವಾಗಿ ಮೇಲಕ್ಕೆ ಎಸೆಯಲಾಗಿದೆ. ಅದು  $x$  ಅಡಿ ಎತ್ತರವನ್ನು  $t$  ಸೆಕೆಂಡುಗಳಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತಿದ್ದು  $x = 80t - 16t^2$  ಆಗಿದೆ. ಕಲ್ಲು ಗೆರಿಷ್ಟು ಎತ್ತರವನ್ನು ಎಷ್ಟು ಅವಧಿಯಲ್ಲಿ ಕ್ರಮಿಸುತ್ತದೆ ಮತ್ತು ಅದು ಕ್ರಮಿಸಿದ ಎತ್ತರ ಎಷ್ಟು ? 2

33. a)  $x = a(\theta + \sin \theta)$  ಮತ್ತು  $y = a(1 - \cos \theta)$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಮತ್ತು

$\frac{d^2y}{dx^2}$  ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :  $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$  2

34.  $4y^2 = 9x$  ಮತ್ತು  $3x^2 = 16y$  ವರ್ಕಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾದ ( Bounded ) ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

### ವಿಭಾಗ - D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :  $2 \times 10 = 20$

35. a) ದೀಘ್ರೋವೃತ್ತ ( Ellipse ) ವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದು ಪಥ ( Locus ) ವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ. ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b$ ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ. 6

b) ಕೇಲೀ-ಹಾಯ್ಮಿಲ್ಟನ್ ( Caley-Hamilton ) ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

ಮಾತ್ರಕೆಯ ವಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

36. a) ಸಂಕೀರ್ಣ ಸಂಖ್ಯೆ  $\sqrt{3} + i$  ನ ಎಲ್ಲಾ ಫ್ರಾಕ್ಟಿವ್ ಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಅವುಗಳನ್ನು ಆಗಾರಂಡ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ತೋರಿಸಿ. ಅವುಗಳ ಗುಣಲಭ್ಯ ( Product ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) ಸದಿತ ಪದ್ಧತಿ ( Vector method ) ಯಿಂದ, “ಶ್ರಿಭೂಜದ ಮಧ್ಯರೇಖೆಗಳು ಏಕಬಿಂದು ವ್ಯಾಪಿಯಾಗಿವೆ” ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

[ Turn over

Code No. 35-NS

8

37. a) 6 ಅಡ ಎತ್ತರವುಳ್ಳ ಒಬ್ಬ ಮನುಷ್ಯನು, ನೆಲದ ಮಟ್ಟದಿಂದ 20 ಅಡ ಎತ್ತರದಲ್ಲಿರುವ ಒಂದು

ಬೆಳಕಿನ ಮೂಲದಿಂದ 4 ಮೈಲು/ಗಂಟೆ ವೇಗದಲ್ಲಿ ದೂರ ಹೋಗುತ್ತಿದ್ದರೆ, ಅವನ ನೆರಳಿನ

ಉದ್ದವು ಯಾವ ದರದಲ್ಲಿ ಬದಲಾಗುತ್ತದೆ? ಯಾವ ದರದಲ್ಲಿ ನೆರಳಿನ ತುದಿಯು ಚಲಿಸುತ್ತದೆ? 6

b)  $\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2}$  ಸಮೀಕರಣದ ಸಾರ್ಥಕ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ( General solution ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

38. a) ಬೇಲೆ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ :  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$  6

b) ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣ ( Differential equation )  $y \log x \cdot \log y \, dx + dy = 0$  ಯ ಸಾರ್ಥಕ ಪರಿಹಾರ ( General solution ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

( English Version )

*Instructions :* i) The question paper has *four Parts – A, B, C and D*. Answer all the parts.

ii) **Part – A** carries 10 marks, **Part – B** carries 20 marks, **Part – C** carries 40 marks and **Part – D** carries 20 marks.

**PART – A**

Answer *all the ten* questions :

$10 \times 1 = 10$

1. Find an integer  $x$ , satisfying  $5x \equiv 4 \pmod{13}$ .
2. If the matrix  $\begin{bmatrix} 6 & x-2 \\ 3 & x \end{bmatrix}$  is singular, find  $x$ .
3. On the set  $Z$  of integers if " $O$ " is defined by  $a \circ b = a + b + 1$ ,  $\forall a, b \in Z$ , find the identity element.
4. If  $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j}$ , find the magnitude of  $\vec{a} + \vec{b}$ .
5. Write the condition ( in terms of  $g$ ,  $f$  and  $c$  ) under which  $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$  becomes a point circle.
6. Find the equation of the directrix of the parabola  $y^2 = -8x$ .
7. Find the value of  $\sin \left[ \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left( \frac{-\sqrt{3}}{2} \right) \right]$ .

[ Turn over

Code No. 35-NS

10

8. Find the modulus of the complex number  $\frac{2-i}{5i}$ .

9. If  $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ , find  $f'(1)$ .

10. Evaluate  $\int_0^{\pi/4} \sin^3 x \cos x \, dx$ .

**PART - B**

Answer any ten questions :

$10 \times 2 = 20$

11. If  $a \equiv b \pmod{m}$  and  $n > 1$  is a positive divisor of  $m$ , prove that  $a \equiv b \pmod{n}$ .

12. Evaluate

$$\begin{vmatrix} -a^2 & ab & ac \\ ab & -b^2 & bc \\ ac & bc & -c^2 \end{vmatrix}$$

13. Define the binary operation, on a non-empty set S. Give an example to show that, on Z, the operation  $*$ , defined by  $a * b = a^b$ , is not binary.

14. Find the angle between the vectors  $2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$  and  $2\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$ .

15. Examine whether the point (1, 5) lies outside, inside or on the circle  $x^2 + y^2 + 4x + 2y + 3 = 0$ .

16. The two ends of the major axis of an ellipse are ( 5, 0 ) and ( - 5, 0 ). If  $3x - 5y - 9 = 0$  is a focal chord, find the eccentricity of the ellipse.

17. Prove that  $2 \tan^{-1} \frac{1}{2} + \sin^{-1} \frac{3}{5} = \frac{\pi}{2}$ .

18. If  $x = \cos \alpha + i \sin \alpha$  and

$$y = \cos \beta + i \sin \beta$$

prove that  $\frac{y^3}{x^2} + \frac{x^2}{y^3} = 2 \cos(3\beta - 2\alpha)$ .

19. If  $x^y = a^x$ , prove that  $\frac{dy}{dx} = \frac{x \log a - y}{x \log x}$ .

20. Find the length of the subtangent to the curve  $y = \sqrt{x^2 + x + 1}$  at the point ( 1,  $\sqrt{3}$  ) on it.

21. Integrate  $\sin 3x \cos x$  with respect to  $x$ .

22. Form the differential equation of the family of straight lines passing through the origin of Cartesian plane.

### PART – C

I. Answer any *three* questions :

$3 \times 5 = 15$

23. Find the G.C.D. of 408 and 1032 using Euclidean algorithm. Express it in two ways in the form  $408m + 1032n$  where  $m, n$  are integers. 5

[ Turn over

Code No. 35-NS

12

24. a) Find  $x$  and  $y$  if

$$\begin{bmatrix} x & 2 & -3 \\ 5 & y & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 3 \\ 19 & -5 & 16 \\ 1 & -3 & 0 \end{bmatrix}$$

3

- b) Solve by Cramer's rule :

$$2x - y = 10$$

$$x - 2y = 2.$$

2

25. a) Given that  $H$  is a non-empty subset of a set  $G$  and  $(G, *)$  is a group. If for all  $a, b \in H$ ,  $a * b^{-1} \in H$ , prove that  $(H, *)$  is a subgroup of  $(G, *)$ .  
3
- b) If, in a group  $G$ , every element is its own inverse, prove that  $G$  is an Abelian group.  
2

26. a) Using vector method, find the area of the triangle whose vertices are  $(1, 2, 3)$ ,  $(2, -1, 1)$  and  $(1, 2, -4)$ .  
3

- b) Find the volume of the parallelopiped whose co-terminal edges are  $2\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ,  $3\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$  and  $\hat{i} - 3\hat{j} - 3\hat{k}$ .  
2

II. Answer any two questions :

$2 \times 5 = 10$

27. a) Find the equation of the circle which passes through the point  $(2, 3)$ , has its centre on  $x + y = 4$  and cuts orthogonally the circle  $x^2 + y^2 - 4x + 2y - 3 = 0$ .  
3

- b) Find the radical centre of the circles  $x^2 + y^2 + 2x - 4 = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 4y - 4 = 0$  and  $x^2 + y^2 - 2x - 5 = 0$ .  
2

28. a) Find the centre and the eccentricity of the hyperbola

$$x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0. \quad 3$$

- b) Find the equation of the parabola with vertex (- 4, 2), axis  $y = 2$  and passing through the point (0, 6). 2

29. a) If  $x \geq 0$  and  $y \geq 0$ , prove that

$$\sin^{-1} x - \sin^{-1} y = \sin^{-1} (x\sqrt{1-y^2} - y\sqrt{1-x^2}) . \quad 3$$

- b) Find the general solution of the equation

$$\cos x - \cos 7x = \sin 4x . \quad 2$$

III. Answer any *three* of the following questions :  $3 \times 5 = 15$

30. a) Differentiate  $e^x$  with respect to  $x$  from first principles. 3

- b) Differentiate  $\log_{10} (\log x)$  with respect to  $x$ . 2

31. a) If  $y = x \cosh x$ , prove that

$$xy_2 - 2y_1 - xy + 2 \cosh x = 0. \quad 3$$

- b) Prove that  $x^x$  function has a minimum value at  $x = \frac{1}{e}$ . 2

[ Turn over

Code No. 35-NS

14

32. a) Find  $\int \frac{x+1}{x^2 - 4x + 6} dx.$  3

- b) A stone is thrown up vertically and the height  $x$  feet reached by it in time " $t$ " seconds is given by  $x = 80t - 16t^2$ . Find the time for the stone to reach its maximum height. Also find the maximum height reached by the stone. 2

33. a) If  $x = a(\theta + \sin \theta)$  and  $y = a(1 - \cos \theta)$ , find  $\frac{dy}{dx}$  and  $\frac{d^2y}{dx^2}$ . 3

b) Find  $\int \frac{xe^x}{(1+x)^2} dx$  2

34. Find the area bounded by the curves  $4y^2 = 9x$  and  $3x^2 = 16y$ . 5

#### PART - D

Answer any two of the following questions : 2 × 10 = 20

35. a) Define ellipse as the locus of a point. Derive the equation of the ellipse in the form

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (a > b). \quad 6$$

- b) Using Caley-Hamilton theorem, find the inverse of the matrix  $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ . 4

36. a) Find all the cube roots of the complex number  $\sqrt{3} + i$ . Represent

them in the Argand diagram. Find their product.

6

b) Prove by vector method that the medians of a triangle are concurrent.

4

37. a) A man 6 feet tall moves away from a source of light 20 feet above the ground level and his rate of walking being 4 miles/hour. At what rate, is the length of the shadow changing? At what rate is the tip of the shadow moving?

6

b) Find the general solution of

$$\sqrt{3} \cos x + \sin x = \sqrt{2} .$$

4

38. a) Evaluate  $\int_0^{\pi/2} \log \sin x \, dx$

6

b) Find the general solution of the differential equation

$$y \log x \cdot \log y \, dx + dy = 0.$$

4

=====

[ Turn over