

Total No. of Questions : 40 ]

Code No. **35**

Total No. of Printed Pages : 16 ]

**March, 2010**

## **MATHEMATICS**

( Kannada and English Versions )

Time : 3 Hours 15 Minutes ]

[ Max. Marks : 100

( Kannada Version )

- ಸೂಚನೆ :**
- ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
  - ವಿಭಾಗ - **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ - **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ - **E** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

### **ವಿಭಾಗ - A**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :

10 × 1 = 10

1.  $a | b$  ಮತ್ತು  $b | c$  ಆದಾಗ  $a | c$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

2.  $B + A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  ಮತ್ತು  $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$  ಆದಾಗ,  $A$  ಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. \* ಕ್ರಿಯೆಯು  $a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in \mathcal{Q}^+$  ನಿರೂಪಿತವಾದಲ್ಲಿ, ಎಲ್ಲಾ ಧನ ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯಾ

ಗಣ  $\mathcal{Q}^+$  ನಲ್ಲಿ ಅನನ್ಯತಾಂಶವನ್ನು (ತತ್ಸಮಕ ಅವಯವವನ್ನು) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[ Turn over

Code No. 35

2

4.  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  ಮತ್ತು  $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$  ಎರಡು ಸದಿಶಗಳಾದಾಗ  $\vec{a}$  ಮತ್ತು  $\vec{b}$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5.  $kx^2 + 2hxy + 4y^2 - 2x + 3y - 7 = 0$  ಸಮೀಕರಣವು ಒಂದು ವೃತ್ತವನ್ನು ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಿದರೆ  $h$  ಮತ್ತು  $k$  ಗಳ ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

6.  $x = at^2$  ಮತ್ತು  $y = 2at$  ಪ್ರಮಿತಿಯ ಸಮೀಕರಣದಿಂದ ಪ್ರತಿನಿಧಿಸಲ್ಪಟ್ಟ ಶಂಕುಜದ ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

7.  $\sin \left[ \frac{1}{2} \cos^{-1} \left( \frac{4}{5} \right) \right]$  ರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8.  $[1 + \cos \theta + i \sin \theta]$  ಎಂಬುದರ ಕೋನಾಂಕವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9.  $y = \log_e e^{(1 + \sin x)}$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10.  $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### ವಿಭಾಗ - B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : 10 × 2 = 20

11. 72 ರ ಎಲ್ಲಾ ಧನಾತ್ಮಕ ವಿಭಾಜಕಗಳ ಮೊತ್ತವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 5 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = I$  ಆಗಿದ್ದು,  $I$  ಏಕಮಾನ ಮಾತೃಕೆ ಆಗಿದ್ದರೆ  $x$  ಮತ್ತು  $y$  ಗಳ

ಬೆಲೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

13. ಗುಣಾಕಾರ ಮಾಡ್ಯೂಲೊ 10 ರಲ್ಲಿ  $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$  ರ ಕೋಷ್ಟಕವನ್ನು ರಚಿಸಿ ಮತ್ತು

ತತ್ಸಮಕ ಧಾತುವನ್ನು (ಏಕದವನ್ನು) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

14.  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  ಮತ್ತು  $4\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$  ಎಂಬ ಸದಿಶಗಳು ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಎರಡು

ಆಸನ್ನ ಬಾಹುಗಳಾದರೆ ತ್ರಿಭುಜದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15.  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$  ಮತ್ತು  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$  ಎಂಬ ಎರಡು

ವೃತ್ತಗಳು ಬಾಹ್ಯವಾಗಿ ಸ್ಪರ್ಶಿಸುವುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ.

16.  $9x^2 - 4y^2 + 18x - 8y - 31 = 0$  ಅತಿಪರವಲಯದ ಕೇಂದ್ರಬಿಂದುವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17.  $2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{5} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{12}{5} \right) = \frac{\pi}{2}$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

18.  $x = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$  ಆದರೆ,

$$\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \cos 2\theta \text{ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

19.  $x = a \theta$ ,  $y = \frac{a}{\theta}$  ಆದರೆ,

$$\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0 \text{ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.}$$

20. ಒಂದು ಕಣವು ಸರಳರೇಖೆಯಲ್ಲಿ ಚಲಿಸುತ್ತಿರುವಾಗ ಅದರ ದೂರವು  $s = 4t^3 - 6t^2 + t - 7$

ಮೂಲಮಾನ ಆಗಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ  $t = 2$  ಸೆಕೆಂಡುಗಳ ನಂತರ ಅದರ ವೇಗವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[ Turn over

Code No. 35

4

21.  $\int \frac{\log x}{x^2} dx$  ಇದರ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22.  $\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2}$  ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

### ವಿಭಾಗ - C

I. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ :  $3 \times 5 = 15$

23. 506 ಮತ್ತು 1155 ರ ಮ.ಸಾ.ಅ. ( G.C.D. ) ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅದನ್ನು  $506(a) + 1155(b)$  (  $a$  ಮತ್ತು  $b$  ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳು ) ರೂಪದಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ ಹಾಗೂ ಈ ನಿರೂಪಣೆ ಏಕಮೇವವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 5

24. a)  $x \neq 0, y \neq 0$  ಮತ್ತು  $z \neq 0$  ಆಗಿದ್ದು  $\begin{bmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{bmatrix} = 0$

ಆದರೆ,  $1 + \sum \frac{1}{x} = 0$  ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 3

b) ಕ್ರೇಮರ್‌ನ ನಿಯಮದಂತೆ ಬಿಡಿಸಿ :

$$2x - 3y = 5$$

$$7x - y = 8. \quad 2$$

25. ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಅಂಶಗಳನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ ಎಲ್ಲಾ  $2 \times 2$  ಶ್ರೇಣಿಯ ವರ್ಗ ಮಾತೃಕೆಗಳ ಗಣ  $M$ , ಮಾತೃಕೆಗಳ ಸಂಕಲನದಲ್ಲಿ ಒಂದು ಪರಿವರ್ತನೆಯ ಸಮುದಾಯವೆಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 5

26. a)  $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  ಮತ್ತು  $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$  ಎಂಬ ಎರಡು ಸದಿಶಗಳಿಗೆ ಲಂಬವಾಗಿರುವಂತೆ ಹಾಗೂ ಪರಿಮಾಣ 12 ಹೊಂದಿರುವ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b)  $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  ಮತ್ತು  $\vec{b} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$  ಆದಾಗ  $\vec{a}$  ಸದಿಶವು  $\vec{b}$  ಸದಿಶದ ಮೇಲೆ ಉಂಟುಮಾಡುವ ಪ್ರಕ್ಷೇಪವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : 2 × 5 = 10

27. a) ಸರಳರೇಖೆ  $y = mx + c$  ಯು  $x^2 + y^2 = a^2$  ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶಕವಾಗಲು ಬೇಕಾದ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು  $c^2 = a^2 (1 + m^2)$  ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b)  $3x^2 + 3y^2 - 9x + 6y - 1 = 0$  ಮತ್ತು  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y - 3 = 0$  ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

28. a) ನಿಯತ ರೇಖೆ  $x + 2 = 0$ , ಅಕ್ಷ  $y = 3$  ಮತ್ತು ನಾಭಿಲಂಬದ ಉದ್ದ 8 ಇರುವ ಪರವಲಯಗಳ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) ಅತಿಪರವಲಯ  $x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0$  ದ ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆಯನ್ನು ( e ) ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

29. a)  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$  ಆದಾಗ,  $x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b)  $\cos^2 \theta + \cos (2\theta) = 2$  ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

[ Turn over

Code No. 35

6

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಮೂರು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

3 × 5 = 15

30. a) ಮೂಲ ತತ್ವದಿಂದ  $x$  ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ  $\sin(ax)$  ಅನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ. 3

b)  $y = \tan^{-1} \left[ \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

31. a)  $y = e^{m \sin^{-1} x}$  ಆದರೆ,

$(1 - x^2) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b)  $(1, 2)$  ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ  $y^2 = 4x$  ಮತ್ತು  $x^2 = 2y - 3$  ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

32. a)  $x^3 y^2 = a^5$  ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಮೇಲೆ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಉಪಲಂಬದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಉಪಸ್ಪರ್ಶಕದ ಉದ್ದವು  $x$ -ನಿರ್ದೇಶಕದಂತೆ ಅನುಪಾತೀಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b)  $\int \frac{\sec x (1 + \tan x)}{e^{-x}} dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

33. a)  $\int \frac{dx}{13 + 12 \cos x}$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b)  $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 6x - 9x^2}}$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

34. ಸಮಕೋನ ವಿಧಾನದಿಂದ  $x^2 + y^2 = 6$  ವೃತ್ತದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 5

**ವಿಭಾಗ - D**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಎರಡು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : 2 × 10 = 20

35. a) ದೀರ್ಘವೃತ್ತವನ್ನು ಒಂದು ಬಿಂದುಪಥವಾಗಿ ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$  ರೂಪದಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b)  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$  ಆದರೆ, ಕೇಲಿ - ಹ್ಯಾಮಿಲ್ಟನ್ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ  $A^{-1}$  ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

36. a) ಎಲ್ಲಾ ಪರಿಮೇಯ ಸೂಚಕಾಂಕಗಳಿಗೆ ಡಿಮೋಯ್ವರೆ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ತಿಳಿಸಿ ಮತ್ತು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) ಸದಿಶ ಪದ್ಧತಿಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿಕೊಂಡು  $\sin ( A - B ) = \sin A \cos B - \cos A \sin B$  ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

37. a) ಒಂದು ಆಯತವನ್ನು  $a$  ತ್ರಿಜ್ಯದ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ ಅಂತರ್ಲೇಖಿಸಿ, ಅದರ ಸುತ್ತಳತೆ ಗರಿಷ್ಠವಾಗಬೇಕಾದರೆ ಅದು  $a\sqrt{2}$  ಬಾಹುವಿನ ಚೌಕವಾಗಿರಬೇಕೆಂದು ತೋರಿಸಿ. 6

b)  $(\sqrt{3} - 1) \cos x + (\sqrt{3} + 1) \sin x = \sqrt{2}$  ಎಂಬುದರ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

38. a)  $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) ಚರಾಂಕಗಳನ್ನು ವಿಂಗಡಿಸುವ ವಿಧಾನದಿಂದ  $e^y \frac{dy}{dx} + x^2 = x^2 e^y$  ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

[ Turn over

Code No. 35

8

**ವಿಭಾಗ - E**

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ :

1 × 10 = 10

39. a)  $\sqrt{3} - i$  ಯ ಮಿಶ್ರ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಮೂಲಗಳನ್ನು ಆರ್ಗಾಂಡ್ ಚಿತ್ರದಲ್ಲಿ ಗುರುತಿಸಿ. 4

b)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 9 = 0$  ವೃತ್ತಕ್ಕೆ ( 0, 1 ) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅಧಿಸಿದ ಜ್ಯಾದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c)  $2x \equiv 2 \pmod{6}$  ಸಮೀಕರಣದ ಪರಸ್ಪರ ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಪರಿಹಾರಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ ಮತ್ತು ಸರ್ವಸಮವಲ್ಲದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

40. a)  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  ಮತ್ತು  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{c}| = 7$  ಆದರೆ,  $\vec{a}$  ಮತ್ತು  $\vec{b}$  ಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

b)  $\int \sec^3 (2x) dx$  ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

c)  $y = \log_5 (\sqrt{\sec x})$  ಆದರೆ,  $\frac{dy}{dx}$  ಅನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2



( English Version )

Instructions : i) The question paper has five **Parts – A, B, C, D** and **E**.

Answer all the parts.

ii) **Part – A** carries 10 marks, **Part – B** carries 20 marks, **Part – C** carries 40 marks, **Part – D** carries 20 marks and **Part – E** carries 10 marks.

**PART – A**

Answer all the ten questions :

10 × 1 = 10

1. If  $a \mid b$  and  $b \mid c$  then prove that  $a \mid c$ .
2. If  $B + A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{bmatrix}$  and  $B - A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 3 & 4 & 2 \end{bmatrix}$ , find A.
3. Find the identity element in the set of all positive rationals  $\mathbb{Q}^+$ ,  $*$  is defined by  $a * b = \frac{ab}{2} \quad \forall a, b \in \mathbb{Q}^+$ .
4. If the vectors  $\vec{a} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$  and  $\vec{b} = 3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ , find  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .
5. Find the values of  $h$  and  $k$  for the equation

$$kx^2 + 2hxy + 4y^2 - 2x + 3y - 7 = 0 \text{ to represent a circle.}$$

[ Turn over

Code No. 35

10

6. Write the eccentricity of the conic section represented by the parametric equations  $x = at^2$  and  $y = 2at$ .
7. Evaluate  $\sin \left[ \frac{1}{2} \cos^{-1} \left( \frac{4}{5} \right) \right]$ .
8. Find the amplitude of  $[1 + \cos \theta + i \sin \theta]$ .
9. Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \log_e e^{(1 + \sin x)}$ .
10. Evaluate  $\int_0^{\pi/4} \sec^2 x \, dx$ .

**PART – B**

Answer any *ten* questions :

10 × 2 = 20

11. Find the sum of all positive divisors of 72.
12. If  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ y & 5 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} x & 0 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = I$  where  $I$  is the identity matrix, find  $x$  and  $y$ .
13. Write the composition table for  $G = \{ 2, 4, 6, 8 \}$  under multiplication modulo 10 and find the identity element.
14. Find the area of the triangle whose two adjacent sides are determined by the vectors  $2\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$  and  $4\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ .

15. Show that the two circles  $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 1 = 0$  and  $x^2 + y^2 + 2x - 8y + 13 = 0$  touch each other externally.

16. Find the centre of the hyperbola  $9x^2 - 4y^2 + 18x - 8y - 31 = 0$ .

17. Prove that

$$2 \tan^{-1} \left( \frac{1}{5} \right) + \tan^{-1} \left( \frac{12}{5} \right) = \frac{\pi}{2} .$$

18. If  $x = \cos 4\theta + i \sin 4\theta$ , show that  $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = 2 \cos 2\theta$ .

19. If  $x = a\theta$ ,  $y = \frac{a}{\theta}$ , show that  $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = 0$ .

20. A particle is travelling in a straight line whose distance is given by

$$s = 4t^3 - 6t^2 + t - 7 \text{ units. Find the velocity of the particle after } t = 2 \text{ seconds.}$$

21. Evaluate  $\int \frac{\log x}{x^2} dx$ .

22. Find the order and degree of the differential equation,

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{3/2} .$$

[ Turn over

**PART – C**

I. Answer any *three* questions : 3 × 5 = 15

23. Find the G.C.D. of 506 and 1155 and express it in the form of  $506(a) + 1155(b)$  ( where  $a$  and  $b$  are integers ). Also show that the expression is not unique. 5

24. a) If 
$$\begin{bmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1+z \end{bmatrix} = 0$$
 where,  $x \neq 0$ ,  $y \neq 0$  and  $z \neq 0$  then show that  $1 + \sum \frac{1}{x} = 0$ . 3

b) Solve by Cramer's Rule :  $2x - 3y = 5$ ,  $7x - y = 8$ . 2

25. Prove that the set  $M$  of all  $2 \times 2$  matrices with elements of real numbers form an Abelian group with respect to addition of matrices. 5

26. a) Find the vector of magnitude 12 units which is perpendicular to both the vectors  $\vec{a} = 4\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = -2\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ . 3

b) If  $\vec{a} = 5\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$  and  $\vec{b} = 4\hat{i} + 2\hat{j} + 5\hat{k}$  are two vectors, find the projection of  $\vec{a}$  on  $\vec{b}$ . 2

II. Answer any *two* questions :

2 × 5 = 10

27. a) Derive the condition for the line  $y = mx + c$  to be a tangent to the circle  $x^2 + y^2 = a^2$  in the form  $c^2 = a^2 (1 + m^2)$ . 3

b) Find the radical axis of the circles  $3x^2 + 3y^2 - 9x + 6y - 1 = 0$  and  $2x^2 + 2y^2 - 8x + 16y - 3 = 0$ . 2

28. a) Find the equations of the parabolas whose directrix is  $x + 2 = 0$ , axis is  $y = 3$  and the length of the latus rectum is 8 units. 3

b) Find the eccentricity of the hyperbola

$$x^2 - 3y^2 - 4x - 6y - 11 = 0. \quad 2$$

29. a) If  $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y + \cos^{-1} z = \pi$ , then prove that

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1. \quad 3$$

b) Find the general solution of the equation

$$\cos^2 \theta + \cos (2\theta) = 2. \quad 2$$

III. Answer any *three* of the following questions :

3 × 5 = 15

30. a) Differentiate  $\sin(ax)$  with respect to  $x$  from the first principle. 3

b) Find  $\frac{dy}{dx}$  if  $y = \tan^{-1} \left[ \sqrt{\frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}} \right]$ . 2

[ Turn over

Code No. 35

14

31. a) If  $y = e^{m \sin^{-1} x}$ , prove that  $(1 - x^2) y_2 - xy_1 - m^2 y = 0$ .

3

b) Find the angle between the curves  $y^2 = 4x$  and  $x^2 = 2y - 3$  at the point  $(1, 2)$ .

2

32. a) Find the length of sub-normal to the curve  $x^3 y^2 = a^5$  at any point on it. Also show that length of sub-tangent varies directly as abscissa at that point.

3

b) Evaluate  $\int \frac{\sec x (1 + \tan x)}{e^{-x}} dx$ .

2

33. a) Evaluate  $\int \frac{dx}{13 + 12 \cos x}$ .

3

b) Evaluate  $\int \frac{dx}{\sqrt{8 - 6x - 9x^2}}$ .

2

34. Find the area of the circle  $x^2 + y^2 = 6$  by integration method.

5

**PART - D**

Answer any *two* of the following questions :

$2 \times 10 = 20$

35. a) Define an ellipse as a locus and derive its equation in standard form  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, (a > b)$ .

6

b) Find  $A^{-1}$  using Cayley-Hamilton theorem if  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$ .

4

36. a) State and prove De Moivre's theorem for rational index. 6
- b) Prove by vector method

$$\sin ( A - B ) = \sin A \cos B - \cos A \sin B. \quad 4$$

37. a) Show that rectangle of maximum perimeter which can be inscribed in a circle of radius  $a$  is a square of side  $a\sqrt{2}$ . 6
- b) Find the general solution of

$$(\sqrt{3} - 1) \cos x + (\sqrt{3} + 1) \sin x = \sqrt{2}. \quad 4$$

38. a) Evaluate  $\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x} dx$ . 6

- b) Solve by the method of separation of variables the differential equation  $e^y \frac{dy}{dx} + x^2 = x^2 e^y$ . 4

**PART - E**

Answer any one of the following questions : 1 × 10 = 10

39. a) Find the cube roots of the complex number  $\sqrt{3} - i$  and express them in an Argand diagram. 4

- b) Find the equation of the chord of the circle

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 9 = 0 \text{ bisected at } ( 0, 1 ). \quad 4$$

- c) Find the number of incongruence solutions and the incongruence solution of  $2x \equiv 2 \pmod{6}$ . 2

[ Turn over

Code No. 35

16

40. a) If  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  and  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 5$ ,  $|\vec{c}| = 7$ ,

then find the angle between the vectors  $\vec{a}$  and  $\vec{b}$  . 4

b) Find  $\int \sec^3 ( 2x ) dx$ . 4

c) If  $y = \log_5 ( \sqrt{\sec x} )$  , find  $\frac{dy}{dx}$  . 2



HowToExam.com