http://www.howtoexam.com

Code No. 35

Total No. of Questions : 40] [Total No. of Printed Pages : 16

March, 2009

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes] [Max. Marks : 100

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆ : i) ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ **A, B, C, D** ಮತ್ತು **E** ಎಂಬ ನಾಲ್ಕು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.

ii) ವಿಭಾಗ – **A** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ – **B** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ – **C** ಗೆ 40 ಅಂಕಗಳು, ವಿಭಾಗ – **D** ಗೆ 20 ಅಂಕಗಳು ಮತ್ತು ವಿಭಾಗ – **E** ಗೆ 10 ಅಂಕಗಳಿರುತ್ತವೆ.

ವಿಭಾಗ – A

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಎಲ್ಲಾ **ಹತ್ತು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $10 \times 1 = 10$

1. 7^{30} ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು 5 ರಿಂದ ಭಾಗಿಸಿದಾಗ ಉಳಿಯುವ ಕನಿಷ್ಠ ಧನ ಶೇಷವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

2. $\begin{bmatrix} 4 & x+2 \\ 2x-3 & x+1 \end{bmatrix}$ ಸೌಷ್ಠವ ಮಾತೃಕೆ ಆದರೆ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3. ಉಪಸಂಕುಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

4. $2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$ ಈ ಸದಿಶ ಪರಿಮಾಣದ ದಿಶಾ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

5. $x^2 + y^2 + 4x - 2y - k = 0$ ವೃತ್ತದ ತ್ರಿಜ್ಯವು 4 ಮೂಲಮಾನಗಳಾದರೆ, k ಯ ಬೆಲೆ ಏನು ?

6. ಪರವಲಯದ ನಾಭಿ (2, 3) ಮತ್ತು ಶೃಂಗ (4, 3) ಆದರೆ, ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7. $\sin\left[\frac{1}{2}\cos^{-1}(-1)\right]$ ರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

8. $1, \omega, \omega^2$ ಗಳು ಏಕತೆಯ ಘನಮೂಲಗಳಾದರೆ, $(1 - \omega + \omega^2)^6$ ರ ಬೆಲೆ ಏನು ?

9. x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $3^x \sinh x$ ಅನ್ನು ಅವಕಲಿಸಿ.

10. x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\sqrt{\frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}}$ ಅನ್ನು ಸಮಾಕಲಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ – B

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ **ಹತ್ತು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $10 \times 2 = 20$

11. $a \equiv b \pmod m$ ಆಗಿದ್ದು, n ಎಂಬುದು m ನ ಒಂದು ಧನ ಭಾಜಕವಾಗಿದ್ದರೆ $a \equiv b \pmod n$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

12. ನೇರವಾಗಿ ವಿಸ್ತರಿಸದೆ $\begin{vmatrix} 43 & 1 & 6 \\ 35 & 7 & 4 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

13. $G = \{0, 1, 2, 3\}$ ಮಾಡ್ಯುಲೋ 4 ಗುಣಾಕಾರದಲ್ಲಿ $\otimes$ ಒಂದು ಸಂಕುಲವೇ ? ಕಾರಣ ಕೊಡಿ.

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

14. $x + y = 6$, $x + 2y = 4$ ವೃತ್ತದ ಎರಡು ವ್ಯಾಸಗಳು ಆಗಿದ್ದು ಮತ್ತು ತ್ರಿಜ್ಯ 10 ಮೂಲಮಾನಗಳಾಗಿದ್ದರೆ ಅದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

15. $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಮತ್ತು $3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$ ಸಮಾನಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಕರ್ಣಗಳ ಸದಿಶಗಳಾದರೆ, ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

16. ನಿಯತ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 5 ಮತ್ತು ನಾಭಿಗಳ ನಡುವಿನ ಅಂತರ 4 ಆಗಿದ್ದರೆ, ದೀರ್ಘವೃತ್ತದ ($a > b$) ಉತ್ಕೇಂದ್ರತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

17. $\cot^{-1} x + 2 \tan^{-1} x = \frac{5\pi}{6}$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

18. $\left(\frac{1+i}{1-i} \right)^n = 1$ ರ, n ನ ಕನಿಷ್ಠ ಧನ ಪೂರ್ಣಾಂಕವೇನು ?

19. $y = (x + \sqrt{1 + x^2})^m$ ಆದಾಗ $(\sqrt{1 + x^2}) \frac{dy}{dx} - my = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

20. $y = be^{\frac{x}{a}}$ ವಕ್ರರೇಖೆಗೆ, ಉಪಲಂಬರೇಖೆಯು y ನಿರ್ದೇಶಕದ ವರ್ಗಕ್ಕೆ ಅನುಪಾತೀಯವಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

21. $\int_1^e \log_e x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22. $\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2 y}{dx^2}$ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣದ ದರ್ಜೆ ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standard and classes

http://www.howtoexam.com

ವಿಭಾಗ – C

I. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ **ಮೂರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $3 \times 5 = 15$

23. ಯೂಕ್ಲಿಡ್‌ನ ಭಾಜನ ವಿಧಿಯನ್ನು ಬಳಸಿ, $a = 495$, $b = 675$ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಮ.ಸಾ.ಅ. ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ ಅದನ್ನು $495(x) + 675(y)$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಬರೆಯಿರಿ ಮತ್ತು $x, y \in z$ ಆದಾಗ x ಮತ್ತು y ಗಳು ಅದ್ವಿತೀಯವಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 5

24. ಕೋಶ ಪದ್ಧತಿಯಿಂದ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸರಳ ಸಮೀಕರಣಗಳ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ : 5

$$3x + y + 2z = 3$$

$$2x - 3y - z = -3$$

$$x + 2y + z = 4$$

25. a) ವಾಸ್ತವ ಸಂಖ್ಯಾ ಗಣದಲ್ಲಿ $*$ ದ್ವಿಮಾನ ಪರಿಕ್ರಿಯೆಯನ್ನು $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, $*$ ಪರಿವರ್ತನೀಯ ಗುಣ, ಸಹವರ್ತನೀಯ ಗುಣ ನಿಯಮವನ್ನು ಪಾಲಿಸುವುದೆಂದು ತೋರಿಸಿ ಹಾಗೂ ಅನನ್ಯತಾಂಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $(G, *)$ ಸಂಕುಲದಲ್ಲಿ a ಯು ಯಾವುದೇ ಒಂದು ಅಂಶವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ $(a^{-1})^{-1} = a$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2

26. a) $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನದ ಸೈನನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $\hat{j} + 2\hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ ಮತ್ತು $-\hat{i} + 2\hat{j}$ ಸದಿಶಗಳು, ಸಮದ್ವಿಬಾಹು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗದ ಸದಿಶಗಳನ್ನು ರೂಪಿಸುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 2

HowToExam.com

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

II. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $2 \times 5 = 10$

27. a) $x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0$ ಮತ್ತು

$x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ ಈ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳು ಲಂಬವೃತ್ತಗಳಾಗಿರುವ ನಿಬಂಧನೆಯನ್ನು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $2x^2 + 2y^2 + 2x - 3y + 1 = 0$ ಮತ್ತು

$x^2 + y^2 - 3x + y + 2 = 0$ ಎರಡು ವೃತ್ತಗಳ ಮೂಲಾಕ್ಷ ಕೇಂದ್ರಗಳ ಬಿಂದುಗಳನ್ನು ಸೇರಿಸುವ ಸರಳರೇಖೆಗೆ ಲಂಬವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 2

28. a) $y^2 - 4y - 10x + 14 = 0$ ಪರವಲಯದ ನಾಭಿ ಲಂಬದ ಕೊನೆ ಬಿಂದುಗಳ ನಿರ್ದೇಶಕಗಳನ್ನು ಮತ್ತು ಚಾಲಕದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 3

b) $x - 2y + k = 0$ ಸರಳರೇಖೆಯು $x^2 + 2y^2 = 12$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತಕ್ಕೆ ಸ್ಪರ್ಶರೇಖೆಯಾದಾಗ k ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

29. a) $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$ ಆದಾಗ $x + y + z - xyz = 0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 3

b) $\tan 4\theta = \cot 2\theta$ ಈ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಮೂರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $3 \times 5 = 15$

30. a) ಮೂಲ ತತ್ವದಿಂದ x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\tan x$ ಅನ್ನು ಅವಕಲಿಸಿ. 3

b) $y = \tan^{-1}\left[\dfrac{2+3x^2}{3-2x^2}\right]$ ಆದಾಗ, $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x}{1+x^4}$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 2

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

31. a) $y = \cos(p \sin^{-1} x)$ ಆದಾಗ,

$(1 - x^2) y_2 - xy_1 + p^2 y = 0$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) $y = x^2 + 7x - 2$ ವಕ್ರರೇಖೆಯು y-ಅಕ್ಷದ ಮೇಲಿನ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ಲಂಬರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

32. a) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $e^{3x}\left(\dfrac{3 + \tan x}{\cos x}\right)$ ಅನ್ನು ಸಮಾಕಲಿಸಿ. 3

b) $4y = x^3$ ಮತ್ತು $y = 6 - x^2$ ಈ ಎರಡು ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು (2, 2) ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

33. a) $x^m y^n = (x + y)^{m+n}$ ಆದಾಗ, $x \dfrac{dy}{dx} = y$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 3

b) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\dfrac{1}{7 - 6x - x^2}$ ಅನ್ನು ಸಮಾಕಲಿಸಿ. 2

34. $y^2 = 6x$ ಮತ್ತು $x^2 = 6y$ ಎರಡು ವಕ್ರರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5

ವಿಭಾಗ – D

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಎರಡು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ : $2 \times 10 = 20$

35. a) ಒಂದು ಬಿಂದುಪಥವಾಗಿ ಅತಿಪರವಲಯದ ವ್ಯಾಖ್ಯೆ ಕೊಡಿ ಮತ್ತು ಅದರ ಆದರ್ಶ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $$\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ba & c^2 + a^2 & bc \\ ca & cb & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2 b^2 c^2$$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

36. a) $\cos \alpha + 2 \cos \beta + 3 \cos \gamma = 0$, $\sin \alpha + 2 \sin \beta + 3 \sin \gamma = 0$ ಆದಾಗ

i) $\cos 3\alpha + 8 \cos 3\beta + 27 \cos 3\gamma = 18 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$

ii) $\sin 3\alpha + 8 \sin 3\beta + 27 \sin 3\gamma = 18 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a} \quad \vec{b} \quad \vec{c}]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

37. a) ಒಂದು ಗೋಳದ ಗಾತ್ರವು ಸೆಕೆಂಡಿಗೆ 4π ಘನ ಸೆಂ.ಮೀ. ವೃದ್ಧಿಯಾಗುವಾಗ ಗೋಳದ ತ್ರಿಜ್ಯ ಹಾಗೂ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣ ವೃದ್ಧಿಯಾಗುವ ದರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಗೋಳದ ಗಾತ್ರವು 288π c.c. ಆದಾಗ, ಅದರ ಮೇಲ್ಮೈ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 6

b) $\sqrt{3} \tan x = \sqrt{2} \sec x - 1$ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

38. a) $\int_0^{\pi/4} \log (1 + \tan x) \, dx = \frac{\pi}{8} \log 2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 6

b) $\tan y \frac{dy}{dx} = \sin (x + y) + \sin (x - y)$ ಈ ಅವಕಲ ಸಮೀಕರಣದ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

ವಿಭಾಗ – E

ಈ ಕೆಳಗಿನ ಯಾವುದಾದರೂ **ಒಂದು** ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : $1 \times 10 = 10$

39. a) $3 - i \sqrt{3}$ ಸಂಖ್ಯೆಯ ಘನಮೂಲಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಮತ್ತು ಅವುಗಳ ಮುಂದುವರೆದ ಗುಣಲಬ್ಧವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

b) $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \vec{b}^2 - (\vec{a} . \vec{b})^2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. 4

c) $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ ವೃತ್ತ ಮತ್ತು $x - y + 1 = 0$ ರೇಖೆ ಇವುಗಳಿಂದ ಛೇದಿಸಲ್ಪಡುವ ಜ್ಯಾದ ಉದ್ದವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 2

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

40. a) $\int_{0}^{3} \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2}+\sqrt{5-x}}\, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. 4

b) ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳ ಸುತ್ತಳತೆಯನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ, ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವುಳ್ಳ ಚಚ್ಚೌಕವಾಗುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. 4

c) x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ $\sec(5x)^0$ ಅನ್ನು ಅವಕಲಿಸಿ. 2

HowToExam.com

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

(English Version)

Instructions : i) The question paper has *five* **Parts – A, B, C, D** and **E.** Answer all the parts.

ii) **Part – A** carries 10 marks, **Part – B** carries 20 marks, **Part – C** carries 40 marks, **Part – D** carries 20 marks and **Part – E** carries 10 marks.

HowToExam.com

PART – A

Answer *all* the *ten* questions : $10 \times 1 = 10$

1. Find the least positive remainder when 7^{30} is divided by 5.

2. If $\begin{bmatrix} 4 & x+2 \\ 2x-3 & x+1 \end{bmatrix}$ is a symmetric matrix, find x.

3. Define a subgroup.

4. Find the direction cosine of the vector $2\hat{i} - 3\hat{j} + 2\hat{k}$.

5. If the radius of the circle $x^2 + y^2 + 4x - 2y - k = 0$ is 4 units, then find k.

6. Find the equation of the parabola if its focus is (2, 3) and vertex is (4, 3).

7. Find the value of $\sin\left[\frac{1}{2}\cos^{-1}(-1)\right]$.

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

8. If $1, \omega, \omega^2$ are the cube roots of unity, find the value of $(1 - \omega + \omega^2)^6$

.

9. Differentiate $3^x \sinh x$ w.r.t. x.

10. Integrate $\sqrt{\dfrac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}}$ w.r.t. x.

PART – B

Answer any *ten* questions : $10 \times 2 = 20$

11. If $a \equiv b \pmod m$ and n is a positive divisor of m, prove that

$a \equiv b \pmod n$.

12. Without actual expansion show that $\begin{vmatrix} 43 & 1 & 6 \\ 35 & 7 & 4 \\ 17 & 3 & 2 \end{vmatrix} = 0$.

13. Is $G = \{0, 1, 2, 3\}$, under $\otimes$ modulo 4 a group ? Give reason.

14. Find the equation of two circles whose diameters are $x + y = 6$ and $x + 2y = 4$ and whose radius is 10 units.

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

15. Find the area of the parallelogram whose diagonals are given by the vectors $2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ and $3\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$.

16. Find the eccentricity of the ellipse ($a > b$), if the distance between the directrices is 5 and distance between the foci is 4.

17. Solve $\cot^{-1} x + 2\tan^{-1} x = \frac{5\pi}{6}$.

18. Find the least positive integer n for which $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^n = 1$.

19. If $y = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^m$, prove that $\left(\sqrt{1+x^2}\right)\frac{dy}{dx} - my = 0$.

20. Show that for the curve $y = be^{\frac{x}{a}}$ the subnormal varies as the square of the ordinate y.

21. Evaluate $\int_1^e \log_e x \, dx$.

22. Find the order and degree of the differential equation

$$\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2y}{dx^2}.$$

PART – C

I. Answer any *three* questions : $3 \times 5 = 15$

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

23. Find the G.C.D. of $a = 495$ and $b = 675$ using Euclid Algorithm. Express it in the form $495(x) + 675(y)$. Also show that x and y are not unique where $x, y \in z$. 5

24. Solve the linear equations by matrix method : 5

$$3x + y + 2z = 3$$

$$2x - 3y - z = -3$$

$$x + 2y + z = 4$$

25. a) On the set of rational numbers, binary operation $\ast$ is defined by $a \ast b = \sqrt{a^2 + b^2}$, $a, b \in R$, show that $\ast$ is commutative and associative. Also find the identity element. 3

b) If a is an element of the group $(G, \ast)$, then prove that $(a^{-1})^{-1} = a$. 2

26. a) Find the sine of the angle between the vectors $\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k}$ and $2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$. 3

b) Show that the vectors $\hat{j} + 2\hat{k}$, $\hat{i} - 3\hat{j} - 2\hat{k}$ and $-\hat{i} + 2\hat{j}$ form the vertices of the vectors of an isosceles triangle. 2

II. Answer any *two* questions : $2 \times 5 = 10$

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

27. a) Derive the condition for the two circles

$x^2 + y^2 + 2g_1 x + 2f_1 y + c_1 = 0$ and

$x^2 + y^2 + 2g_2 x + 2f_2 y + c_2 = 0$ to cut orthogonally. 3

b) Show that the radical axis of the two circles

$2x^2 + 2y^2 + 2x - 3y + 1 = 0$ and

$x^2 + y^2 - 3x + y + 2 = 0$ is perpendicular to the line joining the centres of the circles. 2

28. a) Find the ends of latus rectum and directrix of the parabola $y^2 - 4y - 10x + 14 = 0$. 3

b) Find the value of k such that the line $x - 2y + k = 0$ be a tangent to the ellipse $x^2 + 2y^2 = 12$. 2

29. a) If $\tan^{-1} x + \tan^{-1} y + \tan^{-1} z = \pi$, show that

$x + y + z - xyz = 0$. 3

b) Find the general solution of $\tan 4\theta = \cot 2\theta$. 2

III. Answer any *three* of the following questions : 3 × 5 = 15

30. a) Differentiate $\tan x$ w.r.t. x from the first principle. 3

b) If $y = \tan^{-1}\left[\dfrac{2 + 3x^2}{3 - 2x^2}\right]$, prove that $\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{2x}{1 + x^4}$. 2

31. a) If $y = \cos(p \sin^{-1} x)$, prove that

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

$(1 - x^2) \, y_2 - xy_1 + p^2 y = 0.$ 3

b) Find the equation of the normal to the curve $y = x^2 + 7x - 2$ at the point where it crosses y-axis. 2

32. a) Integrate $e^{3x} \left(\dfrac{3 + \tan x}{\cos x} \right)$ w.r.t. x. 3

b) Find the angle between the curves $4y = x^3$ and $y = 6 - x^2$ at (2, 2). 2

33. a) If $x^m y^n = (x + y)^{m+n}$, prove that $x \dfrac{dy}{dx} = y$. 3

b) Integrate $\dfrac{1}{7 - 6x - x^2}$ w.r.t. x. 2

34. Find the area between the curves $y^2 = 6x$ and $x^2 = 6y$. 5

PART – D

Answer any *two* of the following questions : $2 \times 10 = 20$

35. a) Define hyperbola as a locus and hence derive the equation of the hyperbola in the form $\dfrac{x^2}{a^2} - \dfrac{y^2}{b^2} = 1$. 6

b) Show that $\begin{vmatrix} b^2 + c^2 & ab & ac \\ ba & c^2 + a^2 & bc \\ ca & cb & a^2 + b^2 \end{vmatrix} = 4a^2 b^2 c^2$. 4

36. a) If $\cos \alpha + 2 \cos \beta + 3 \cos \gamma = 0$, $\sin \alpha + 2 \sin \beta + 3 \sin \gamma = 0$,

show that i) $\cos 3\alpha + 8 \cos 3\beta + 27 \cos 3\gamma = 18 \cos (\alpha + \beta + \gamma)$

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

ii) $\sin 3\alpha + 8 \sin 3\beta + 27 \sin 3\gamma = 18 \sin (\alpha + \beta + \gamma)$.

6

b) Prove that $[\vec{a} + \vec{b} \quad \vec{b} + \vec{c} \quad \vec{c} + \vec{a}] = 2 [\vec{a}\, \vec{b}\, \vec{c}]$. 4

37. a) The volume of a sphere is increasing at the rate of 4π c.c./sec. Find the rate of increase of the radius and its surface area when the volume of the sphere is 288π c.c. 6

b) Find the general solution of $\sqrt{3} \tan x = \sqrt{2} \sec x - 1$. 4

38. a) Show that $\int_0^{\pi/4} \log (1 + \tan x) \, dx = \frac{\pi}{8} \log 2$. 6

b) Solve the differential equation

$$\tan y \frac{dy}{dx} = \sin (x + y) + \sin (x - y).$$ 4

HowToExam.com

PART – E

Answer any *one* of the following questions : $1 \times 10 = 10$

39. a) Find the cube roots of $3 - i\sqrt{3}$ and find their continued product. 4

b) Show that $(\vec{a} \times \vec{b})^2 = \vec{a}^2 \vec{b}^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$. 4

[Turn over

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes

http://www.howtoexam.com

c) Find the length of the chord of the circle

$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 5 = 0$ intercepted by the line $x - y + 1 = 0$. 2

40. a) Evaluate $\int_0^3 \frac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x+2} + \sqrt{5-x}} \, dx$. 4

b) Show that among all the rectangles of a given perimeter, the square has maximum area. 4

c) Differentiate $\sec(5x)^0$ w.r.t. x. 2

HowToExam.com

Find best school for your studies in your area, for all standards and classes