http://www.howtoexam.com

RE-3369/200

RE-3369
M. Com. (Part - I) Examination
April / May – 2010
Advanced Statistics - III

Time : 3 Hours] [Total Marks :

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :
☛ M. COM. - 1

Name of the Subject :
☛ ADVANCED STATISTICS - 3

☛ Subject Code No. : 3 3 6 9 ☛ Section No. (1, 2,.....) : NIL

Seat No. :

Student's Signature

(૨) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના પૂરા ગુણ દર્શાવે છે.

૧ (અ) યદૃચ્છ શ્રેણી $E_t, t = 1, 2, ..., N$ ને m વખત ચલાંતર કરીને મેળવેલ શ્રેણી $\Delta^m \varepsilon_t$ માટે k-ક્રમનો શ્રેણીગત સહસંબંધાંક મેળવો. અહીં $E(\varepsilon_t) = 0,\ V(\varepsilon_t) = V$ છે. ૬

(બ) સમીકરણ $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયત શ્રેણી હોય અને r_1, r_2 અનુક્રમે પ્રથમ અને દ્વિતીય કક્ષાનાં શ્રેણીગત નિદર્શ સહસંબંધાંકો હોય તો સાબિત કરો કે ૮

$$a = \frac{r_1 r_2 - r_1}{1 - r_1^2} \text{ અને } b = \frac{r^2 - r_2}{1 - r_1^2}$$

અથવા

૧ (અ) વ્યાપક ન્યૂનતમ વર્ગોની પદ્ધતિ સમજાવો તથા એયટકિનનું પ્રમેય લખો. ૭

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

(બ) સામયિક શ્રેણી $\{U_t : t = 1, 2, ...\}$ પરથી પ્રથમ કક્ષાની સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણી સમીકરણ $U_{t+1} = aU_t + b + \varepsilon_{t+1}$ છે. જ્યાં a અને b વાસ્તવિક ચલો છે. યાદચ્છિક ત્રુટિપદ ε_t માટેની ધારણાઓ નીચે પ્રમાણે છે : ૭

$$E(\varepsilon_t) = 0, \quad E(\varepsilon_t^2) = V(\varepsilon_t) = V(\varepsilon_t) = \sigma^2, t = 1, 2, ...$$

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = 0, \; t \neq t' = 1, 2, ..., \quad V_0 = 0, |a| < 1$$

તો જ્યારે $t \to \infty$ હોય ત્યારે સાબિત કરો કે

$$\lim_{t \to \infty} \rho_k = a^k$$

૨ (અ) આંતર સહસંબંધ એટલે શું ? નિયત સંબંધ સમીકરણ $y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + c_t$ જ્યાં દરેક ચલ તેના મધ્યકને કેન્દ્ર તરીકે લઈને માપવામાં આવેલાં છે. આંતરસંબંધને લીધે ન્યૂનતમ વર્ગની રીતે કેમ ઉપયોગી નથી તે સમજાવો. ૮

(બ) ઓળખનો પ્રશ્ન વિસ્તૃત રીતે સમજાવો. ૬

અથવા

૨ (અ) આવર્તિતા આલેખ સમજાવી આવર્તિતા વક્ર અને સહસંબંધાંક આલેખ વચ્ચેનો સંબંધ મેળવો. ૬

(બ) યદચ્છ પદ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, ...\varepsilon_n$ વાળી આકસ્મિક શ્રેણીમાંથી (જેમાં $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, t \neq s$) $w_1, w_2, ...w_m$ ભારવાળી ચલિત સરેરાશથી શ્રેણી $n_1, n_2..........n_{n-m+1}$ મેળવવામાં આવે છે. આ શ્રેણી માટે $k-$ક્રમનો શ્રેણીગત સહસંબંધાંક મેળવો. ૭

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

૩ (અ) વિષમ વિચરણતા સમજાવો. ત્રુટિપદો વચ્ચે સહસંબંધ પ્રવર્તે છે. તેનું પરીક્ષણ કરવા માટેનું ડર્બિન વૉટસન પરીક્ષણ સમજાવો. ૭

(બ) જો સમીકરણ $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયતસંબંધ શ્રેણીના પદોની સંખ્યા ઘણી મોટી હોય તો સાબિત કરો કે ૭

$$\frac{V(U_t)}{V(\varepsilon_t)} = \frac{1+b}{(1-b)\left\{(a-b)^2 - a^2\right\}}$$

અથવા

૩ (અ) ચક્રીય સામયિક શ્રેણી અને દોલનશીલ શ્રેણી વચ્ચેનો તફાવત સ્પષ્ટ કરો તથા દોલનશીલ શ્રેણીનાં ઉદ્ભવનાં કારણો જણાવો. સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણી $U_t = \rho U_{t+1} = n_t$ માટે સાબિત કરો કે $\rho_k = \rho^k$ જ્યાં n_t શૂન્ય મધ્યકવાળો યદૃચ્છ ચલ છે અને $E(x_i, n_j) = 0 \ (i \neq j)$ અને ρ_k, $k-$ ક્રમનો સ્વસહસંબંધાંક છે. ૭

(બ) સમીકરણ $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ દ્વારા વ્યાખ્યાયિત દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણીનાં અચળાંકો a અને b ની કિંમત શ્રેણીગત સહસંબંધાંકોનાં રૂપમાં મેળવો. તેમજ આ દ્વિતીય કક્ષાની સ્વનિયત સંબંધ શ્રેણીનાં શ્રેણીગત સહસંબંધાંક $r_1 = 0 \cdot 6$ અને $r_2 = -0 \cdot 15$ હોય તો અચળાંકો a અને b ની કિંમત શોધો. ૭

૪ (અ) ઓયલર પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૭

(બ) નીચેના ઉત્પાદન વિધેયો માટે નિક્ષેપ અવેજીનો સીમાન્તર દર મેળવો અને આ દર ધન છે કે કેમ તે નક્કી કરો. ૭

(૧) $q = A(x_1 + 1)\alpha(x_2 + 1)\beta,\ a > 0, \beta > 0, A > 0$

(૨) $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5\left(x_1^2 + x_2^2\right), x_1 > 0, x_2 > 0$

અથવા

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

૪ (અ) જો ગ્રાહકનું એક દિવસ માટેનું તૃષ્ટિગુણ વિધેય $U = 48L + L_y - L^2$ હોય તો ગ્રાહકનાં કામ માટે પુરવઠા વિધેય મેળવો. ૭

(બ) ઉત્પાદન વિધેય $q = 10 - x_1^{-1} - x_2^{-1}$ માટે નિક્ષેપ x_1 અને x_2ની એકમદીઠ કિંમત $p_1 = 4$ અને $p_2 = 1$ છે. જો qની એકમદીઠ કિંમત $p = q$ હોય તો ઉત્પાદનનો મહત્તમ નફો શોધો. ૭

૫ (અ) બે વસ્તુઓ x અને yનું તુષ્ટિગુણ વિધેય $U(x+2)^{2/3}(y+1)^{1/3}$ છે. બજેટ સમીકરણ $2x + y = 7$ છે. તો તુષ્ટિગુણ વિધેય મહત્તમ બને તે માટેની x અને yની કિંમતો શોધો. ૭

(બ) અચળ અવેજીનું મૂલ્યસાપેક્ષતા વિધેય (CES) સમજાવો. CES ઉત્પાદન વિધેયનાં ગુણધર્મો સમજાવો. ૭

અથવા

૫ (અ) બે વસ્તુઓનાં જથ્થાં x_1 અને x_2 માટે ગ્રાહકનું તુષ્ટિગુણ વિધેય $U = \alpha \log(x_1 + 2) + \beta \log(x_1 + b)$ છે. તો બંને વસ્તુઓ વચ્ચેની અવેજીની સાપેક્ષતા $\sigma = 1 + \dfrac{b\alpha x_1 + a\beta x_2}{(\alpha + \beta)\, x_1 x_2}$ છે તેમ બતાવો. ૮

(બ) બે વસ્તુઓ x_1 અને x_2નું તુષ્ટિગુણ વિધેય $U = \sqrt{x_1 x_2}$ છે. જો જથ્થા x_1 અને x_2ની એકમદીઠ કિંમત $P_1 = 5$ અને $P_2 = 2$ નાણાકીય એકમ હોય તથા ગ્રાહકની ખર્ચા પાત્ર આવક 100 નાણાકીય એકમ હોય તો x_1 અને x_2ની કિંમતો મેળવો તથા λની કિંમત પણ શોધો. ૬

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the instruction no. 1 of page no. 1.
(2) Figures to the right indicate full marks of the question.

1 (a) Obtain k^{th} order serial coefficient of correlation for the series $\Delta^m \varepsilon_t$, which is obtained by variate difference method m times for a random series $E_t, t = 1, 2, \ldots\ldots, N$ here $E(\varepsilon_t) = 0,\ V(\varepsilon_t) = V$. **6**

(b) Prove that the constant a and b of second order auto regressive series in the form of serial coefficient of correlation defined by the equation $U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ are **8**

$$a = \frac{r_1 r_2 - r_1}{1 - r_1^2} \text{ and } b = \frac{r^2 - r_2}{1 - r_1^2}$$

OR

1 (a) Explain Generalised least square method. Also write the Aitken's theorem. **7**

(b) The first order auto regressive series equation is $U_{t+1} = aU_t + b + \varepsilon_{t+1}$, Obtain from the time series $\{U_t : t = 1, 2, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$, where a and b are real variables and the assumptions of the error term ε_t are given below. **7**

$$E(\varepsilon_t) = 0,\ E(\varepsilon_t^2) = V(\varepsilon_t) = V(\varepsilon_t) = \sigma^2, t = 1, 2, \ldots\ldots$$

$$E(\varepsilon_t, \varepsilon_t') = 0,\ t \neq t' = 1, 2, \ldots\ldots\ldots,\quad V_0 = 0, |a| < 1$$

and when $t \to \infty$ then prove that $\lim\limits_{t \to \infty} \rho_k = a^k$.

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

2 (a) What is multicolinearity ? The regression equation is $y_t = \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + c_t$, where every variable is measured by taking mean as centre. Explain the method of least squares cannot be useful due to multi-colinearity. **8**

(b) Explain the problem of identification with illustration. **6**

OR

2 (a) Explain periodogram. Obtain the relation between periodogram and correlogram. **6**

(b) Obtain k^{th} order serial coefficient of correlation for random series $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots\ldots\varepsilon_n$, where $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0, t \neq s$. The series $n_1, n_2 \ldots\ldots\ldots n_{n-m+1}$ is obtained with weighted moving average $w_1, w_2, \ldots\ldots w_m$. **7**

3 (a) Explain Heteroscedasticity. Explain Durbin-Watson test to examine that there exists auto-correlation between the error terms. **7**

(b) If the term of second order auto-regressive series are very large defined by the equation **7**

$U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$ then prove that

$$\frac{V(U_t)}{V(\varepsilon_t)} = \frac{1+b}{(1-b)\left\{(a-b)^2 - a^2\right\}}$$

OR

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

3 (a) Explain the difference between cyclical time series and oscillatory times series. Give the causes for the happening of oscillatory time series. **7**

For the autoregressive series $U_t = \rho U_{t+1} = n_t$, prove that $\rho_k = \rho^k$, where n_t is a random variable, with mean zero and $E(x_i, n_j) = 0 \ (i \neq j)$ and ρ_k is k^{th} term auto coefficient of correlation.

(b) Obtain the constants a and b of second order auto regressive series in the form of serial coefficient of correlation with is defined by the equation **7**

$U_{t+2} + aU_{t+1} + bU_t = \varepsilon_{t+2}$

and if the coefficient of correlation of auto regressive series are $r_1 = 0 \cdot 6$ and $r_2 = -0 \cdot 15$ then find the value of a and b.

4 (a) State and prove Euler's theorem. **7**

(b) Obtain the marginal rate of input substitution for the following production functions : **7**

(1) $q = A(x_1 + 1)\alpha(x_2 + 1)\beta, a > 0, \beta > 0, A > 0$

(2) $q = 100(x_1 + x_2) + 20x_1x_2 - 12.5\left(x_1^2 + x_2^2\right), x_1 > 0, x_2 > 0$

OR

4 (a) The utility function for a day is $U = 48L + L_y - L^2$, then obtain supply function for consumer. **7**

(b) The price per unit of the input x_1 and x_2 are $p_1 = 4$ and $p_2 = 1$ for the production function $q = 10 - x_1^{-1} - x_2^{-1}$. If the price per unit of q is $p = q$. then obtain the maximum profit for the producer. **7**

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper

http://www.howtoexam.com

5 (a) The utility function for two commodities x and y is $U(x+2)^{3/2}(y+1)^{1/3}$ and the budget function is $2x+y=7$, obtained the value of x and y which maximizes the utility function. 7

(b) Explain the constant elasticity of substitution production function (CES). Explain the properties of the production function (CES). 7

OR

5 (a) The utility function for the quantity of x_1 and x_2 is $U=\alpha\log(x_1+a)+\beta\log(x_1+b)$, they show that elasticity of substitution between two commodities is 8

$$\sigma=1+\frac{b\alpha x_1+a\beta x_2}{(\alpha+\beta)\,x_1x_2}$$

(b) The utility function at two commodities, x_1 and x_2 is $U=\sqrt{x_1x_2}$, If the price per unit of the two quantity x_1 and x_2 are $P_1=5$ and $P_2=2$, financial unit the capacity for expenditure, revenue is 100 unit then obtain the value of x_1 and x_2, also obtain the value of λ. 6

Old entrance exam solved question paper, previous year paper, and guess paper