http://www.howtoexam.com

* R R - 0 6 3 1 / 5 0 0 *

RR-0631

First Year B. Sc./B.A. Examination

March / April – 2010

Mathematics : Paper - II

(Calculus & Differentiate Equations)

(Old Course)

Time : Hours] [Total Marks : **105**

સૂચના :

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.

Name of the Examination :

☛ **F. Y. B. Sc./ B. A.**

Name of the Subject :

☛ **Mathematics 2 (Old)**

☛ Subject Code No. : **0 6 3 1** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **Nil**

Seat No. :

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

(૩) જમણી બાજુના અંક તે પ્રશ્નના ગુણ દર્શાવે છે.

(૪) સામાન્ય સંકેતોને અનુસરો.

૧ નીચેના પ્રશ્નોનાં જવાબ આપો : ૧૫

(૧) $y = x\log x$ હોય તો y_n શોધો.

(૨) $f(x) = e^{1-x^2}$, $x \in [-1, 1]$ માટે રોલનું પ્રમેય ચકાશો.

(૩) $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\tan x}{\sec x}$ની કિંમત શોધો.

(૪) $y = x^2(x+2)$ વક્રની વક્રતા $(0, 0)$ બિંદુએ શોધો.

(૫) સાબિત કરો કે વક્ર $y = \log x$ હંમેશા અધઃઅંતર્મુખ છે.

(૬) $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x \, dx$ની કિંમત શોધો.

(૭) ઉકેલો : $\dfrac{dy}{dx} = e^{x+y}$.

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

(૮) જો $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$ હોય તો $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ શોધો.

(૯) $\sin x \frac{dy}{dx} + 4y\cos x = \cot x$ નો સંકલ્યકારક અવયવ શોધો.

(૧૦) ઉકેલો : $y - x\frac{dy}{dx} = e^{\frac{dy}{dx}}$.

૨ (અ) જો $y = \log(ax+b)$; $ax+b \in R^+$ હોય તો y_n શોધો અને તે પરથી $y = \log(2x^2+5x+3)$ માટે y_n શોધો. ૬

(બ) $y = \left(x + \sqrt{x^2+a^2}\right)^m$ હોય તો સાબિત કરો કે ૬

$$\left(x^2+a^2\right)y_{n+2} + (2n+1)\,xy_{n+1} + \left(n^2-m^2\right)y_n = 0$$

(ક) જો $y = e^{2x}\cos^2 x\sin x$ હોય તો y_n શોધો. ૬

અથવા

૨ (અ) જો $y = e^{ax}\sin(bx+c)$ હોય તો y_n મેળવો અને તે પરથી $y = e^{3x}\sin(4x+1)$ માટે y_n શોધો. ૬

(બ) $y = e^{m\sin^{-1}x}$ હોય તો સાબિત કરો કે ૬

$$\left(1-x^2\right)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - \left(n^2+m^2\right)y_n = 0$$

(ક) જો $y = \frac{x^2+4x+1}{x^3+2x^2-x-2}$ હોય તો y_n શોધો. ૬

૩ (અ) લાગ્રાન્જનું મધ્યકમાન પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) $\lim_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x^2\tan x}$ ની કિંમત શોધો. ૬

(ક) સાબિત કરો કે $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots.$ ૬

અથવા

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

૩ (અ) કોશીનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) સાબિત કરો કે ૬

$$\frac{a-b}{1+a^2} < \tan^{-1}a - \tan^{-1}b < \frac{a-b}{1+b^2};\ (0<a<b)$$

(ક) $\lim_{x\to 0} \dfrac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$ ની કિંમત શોધો. ૬

૪ (અ) $\int \sin^n x\,dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો અને તે પરથી $\int \sin^5 x\,dx$ મેળવો. ૬

(બ) $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 5x + 7$ વક્રનાં વક્રતા-પરિવૃત્ત બિંદુઓ શોધો. ૬

(ક) વક્ર $y = \dfrac{x^2 - 5x + 10}{x-3}$ નાં અનંત સ્પર્શકો શોધો. ૬

અથવા

૪ (અ) કોઈ પણ વક્ર $y = f(x)$ માટે સાબિત કરો કે ૬

વક્રતા $k = \dfrac{y_2}{\left(1+y_1^2\right)^{3/2}}$

(બ) વક્ર $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ કયા અંતરાલમાં ઊર્ધ્વ અંતર્મુખ કે અધઃઅંતર્મુખ બને છે તે શોધો. ૬

(ક) $\int_0^\infty \dfrac{dx}{\left(1+x^2\right)^4}$ ની કિંમત શોધો. ૬

૫ (અ) સુરેખ વિકલ સમીકરણ લખો અને તેના ઉકેલ માટેની રીત વર્ણવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $(2xy + y - \tan y)dx + \left(x^2 - x\tan^2 y + \sec^2 y\right)dy = 0$. ૬

(ક) ઉકેલો : $\dfrac{dy}{dx} + \dfrac{y}{x} = xy^2$

અથવા

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

૫ (અ) વિકલ સમીકરણ $Mdx+Ndy=0$ યથાર્થ બને તે માટેની આવશ્યક અને પર્યાપ્ત શરત લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) ઉકેલો : $\left(x^2+y^2\right)(xdx+ydy)+(xdy-ydx)=0$. ૬

(ક) ઉકેલો : $\left(1+x^2\right)\frac{dy}{dx}+y=e^{\tan^{-1}x}$. ૫

૬ (અ) વિકલ સમીકરણ $f(x,y,p)=0$, જો p માટે ઉકેલનીય હોય તો તેને ઉકેલવાની રીત વર્ણવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $y=2px-\frac{1}{3}p^2$. ૬

(ક) ઉકેલો : $\sin px\cos y=\cos px\sin y+p$. ૬

અથવા

૬ (અ) લાગ્રાન્જનું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેના ઉકેલ માટેની રીત વર્ણવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $y=p\tan p+\log\cos p$. ૬

(ક) ઉકેલો : $x^2(y-px)=yp^2$. ૬

ENGLISH VERSION

Instructions : (1) As per the instruction No. **1** of page no. **1**.

(2) Answer all questions.

(3) Figures to the **right** indicate marks.

(4) Follow usual notations.

1 Answer the following questions : **15**

(1) If $y=x\log x$ then find y_n.

(2) Verify Rolle's Theorem for the function

$$f(x)=e^{1-x^2},\ x\in[-1,1]$$

(3) Evaluate : $\lim\limits_{x\to\pi/2}\frac{\tan x}{\sec x}$.

(4) Obtain curvature of the curve $y=x^2(x+2)$ at $(0,0)$.

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

(5) Show that $y = \log x$ is always concave downwards.

(6) Evaluate : $\int_0^{\pi/2} \sin^3 x \cos^2 x \, dx$.

(7) Solve : $\frac{dy}{dx} = e^{x+y}$.

(8) If $z = x^3 + 3xy^2 + 3x^2y + y^3$, then find $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

(9) Find the integrating factor of $\sin x \frac{dy}{dx} + 4y \cos x = \cot x$.

(10) Solve : $y - x\frac{dy}{dx} = e^{\frac{dy}{dx}}$.

2 (a) If $y = \log(ax+b)$; $ax + b \in R^+$ then find y_n and hence find y_n if $y = \log(2x^2 + 5x + 3)$. **6**

(b) If $y = \left(x + \sqrt{x^2 + a^2}\right)^m$, then prove that $(x^2 + a^2)y_{n+2} + (2n+1)\,xy_{n+1} + (n^2 - m^2)y_n = 0$. **6**

(c) If $y = e^{2x} \cos^2 x \sin x$, then find y_n. **6**

OR

2 (a) If $y = e^{ax} \sin(bx + c)$, then find y_n. Using it obtain y_n for $y = e^{3x} \sin(4x+1)$. **6**

(b) If $y = e^{m \sin^{-1} x}$, then prove that $(1 - x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - (n^2 + m^2)y_n = 0$ **6**

(c) If $y = \frac{x^2 + 4x + 1}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$, then find y_n. **6**

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

3 (a) State and prove Lagrange's Mean-Value theorem. **6**

(b) Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{\tan x - x}{x^2 \tan x}$. **6**

(c) Prove that $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \ldots$. **6**

OR

3 (a) State and prove Cauchy's theorem. **6**

(b) Prove that : **6**

$$\frac{a-b}{1+a^2} < \tan^{-1} a - \tan^{-1} b < \frac{a-b}{1+b^2}; (0 < a < b)$$

(c) Evaluate : $\lim_{x \to 0} \frac{xe^x - \log(1+x)}{x^2}$. **6**

4 (a) Obtain the reduction formula for $\int \sin^n x \, dx$ and hence evaluate $\int \sin^5 x \, dx$. **6**

(b) Find the point of inflexion for the curve $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 5x + 7$ **6**

(c) Find asymptotes for the curve $y = \frac{x^2 - 5x + 10}{x - 3}$. **6**

OR

4 (a) For any curve $y = f(x)$, prove that **6**

curvature $k = \frac{y_2}{\left(1 + y_1^2\right)^{3/2}}$

(b) Obtain the intervals in which the curve $y = 3x^5 - 40x^3 + 3x - 20$ is concave upward or concave downward. **6**

(c) Evaluate : $\int_0^\infty \frac{dx}{\left(1 + x^2\right)^4}$. **6**

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools

http://www.howtoexam.com

5 (a) State Linear Differential Equation and explain the method to solve it. 6

(b) Solve : $(2xy + y - \tan y)dx + \left(x^2 - x\tan^2 y + \sec^2 y\right)dy = 0$. 6

(c) Solve : $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = xy^2$.

OR

5 (a) State and prove the necessary and sufficient condition for the differential equation $Mdx + Ndy = 0$ to be exact. 6

(b) Solve : $\left(x^2 + y^2\right)(xdx + ydy) + (xdy - ydx) = 0$. 6

(c) Solve : $\left(1 + x^2\right)\frac{dy}{dx} + y = e^{\tan^{-1}x}$. 5

6 (a) Explain the method to obtain general solution of the differential equation $f(x, y, p) = 0$, if it is solvable for p. 6

(b) Solve : $y = 2px - \frac{1}{3}p^2$. 6

(c) Solve : $\sin px \cos y = \cos px \sin y + p$. 6

OR

6 (a) State Lagrange's differential equation and explain the method to solve it. 6

(b) Solve : $y = p\tan p + \log \cos p$. 6

(c) Solve $x^2(y - px) = yp^2$. 6

Collections of board question papers, sample papers, guess papers for schools