http://www.howtoexam.com

* S B - 0 6 1 7 / 2 5 0 0 *

# SB-0617

## First Year B. Sc./B.A. Examination

**March / April - 2011**

## Mathematics : Paper - II

***(Calculus & Differential Equations)***

***(New Course)***

Time : 3 Hours] [Total Marks : **105**

**સૂચના :**

(૧)

નીચે દર્શાવેલ ☛ નિશાનીવાળી વિગતો ઉત્તરવહી પર અવશ્ય લખવી.
**Fillup strictly the details of ☛ signs on your answer book.**

Name of the Examination :

☛ **F. Y. B. SC./B.A.**

Name of the Subject :

☛ **MATHEMATICS - 2 (NEW)**

☛ Subject Code No. : **0 6 1 7** ☛ Section No. (1, 2,.....) : **NIL**

Seat No. :

Student's Signature

(૨) બધા જ પ્રશ્નો ફરજિયાત છે.

(૩) જમણી બાજુના અંક પ્રશ્નના ગુણ દર્શાવે છે.

(૪) પ્રચલિત સંકેતોને અનુસરો.

HowToExam.com

૧ નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો : **૧૫**

(૧) જો $y = \dfrac{x}{ax+b}$ હોય તો $y_n$ શોધો.

(૨) વિધેય $f(x) = (x-1)^{2/3}; x \in [0, 2]$ માટે રોલનું પ્રમેય ચકાસો.

(૩) વક્ર $y = \sin x$ની વક્રતા $x = \dfrac{\pi}{2}$ આગળ શોધો.

(૪) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{dx}{\left(1+x^2\right)^5}$ ની કિંમત શોધો.

(૫) વિકલ સમીકરણ $\displaystyle\int \frac{d^2y}{dx^2} \cdot dx = \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + x$ની કક્ષા તથા પરિમાણ શોધો.

(૬) ઉકેલો : $(1+x)^2 \dfrac{dy}{dx} = 1 + y^2$



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

(૭) જો $Z = x^2 + 2xy + y^2$ હોય તો $\frac{\partial z}{\partial x}$ અને $\frac{\partial z}{\partial y}$ મેળવો.

(૮) $\lim_{x \to \infty} x^x$ ની કિંમત મેળવો.

(૯) વિકલ સમીકરણ $\frac{dx}{dy} + P'x = Q'$ જ્યાં $P'; Q'$ $y$ નાં વિધેયો છે - નો સમાન્ય ઉકેલ લખો.

(૧૦) ઉકેલો : $y^2 \cdot p^2 = x^2$

૨ (અ) જો $y = e^{ax} \cdot \cos(bx + c)$ હોય તો $y_n$ મેળવો તથા $y = e^x \cos 5x \cdot \cos 3x$ માટે $y_n$ શોધો. ૬

(બ) જો $y = \sin^{-1} x; |x| \le 1$ હોય તો સાબિત કરો કે ૬

$$(1 - x^2) y_{n+2} - (2n+1) x y_{n+1} - n^2 y_n = 0$$

(ક) જો $y = \frac{2x+1}{(x-1)(2x-1)}$; હોય તો $y_n$ મેળવો. ૬

**અથવા**

૨ (અ) જો $y = \frac{1}{(ax+b)}; x, a, b \in R, ax + b \ne 0$ હોય તો $y_n$ મેળવો. તે પરથી $y = \log(ax+b); ax + b > 0$ માટે $y_n$ શોધો. ૬

(બ) જો $y = \sin^2 x \cos^4 x$ હોય તો $y_n$ શોધો. ૬

(ક) જો $y = \frac{3x+1}{(x+1)^2 (x-2)}$ હોય તો $y_n$ મેળવો. ૬



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

૩ (અ) રોલનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો તથા તેનું ભૌમિતિક અર્થઘટન સમજાવો. ૬

(બ) $\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin x}{x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$ ની કિંમત શોધો. ૬

(ક) લાગ્રાન્જના પ્રમેયનો ઉપયોગ કરી સાબિત કરો કે ૬

$\frac{b^b}{a^a}=(e\cdot\lambda)^{b-a}$; જ્યાં $0<a<\lambda<b$.

**અથવા**

૩ (અ) કોશીનું પ્રમેય લખો અને સાબિત કરો. ૬

(બ) $\lim_{x\to\pi/2}\frac{\tan x}{\tan 3x}$ ની કિંમત મેળવો. ૬

(ક) સાબિત કરો કે : $\sqrt{100}-\sqrt{99}$ ની કિંમત $\frac{1}{18}$ અને $\frac{1}{20}$ ની વચ્ચે છે. ૬

૪ (અ) કોઈ પણ વક્ર $y=f(x)$ માટે વક્રતા ત્રિજ્યા $\left|\frac{\left(1+y_1^2\right)^{3/2}}{y_2}\right|$ છે એમ ૬

સાબિત કરો, જ્યાં $y_1=\frac{dy}{dx}$; $y_2=\frac{d^2y}{dx^2}$.

(બ) વક્ર $x=(y-1)\cdot(y-2)\cdot(y-3)$ ના વક્રતા પરિવૃત્તિય બિંદુઓના યામ મેળવો. ૬

(ક) $\int_0^{\pi/2}\cos^n x dx$ મેળવો. તે પરથી $\int_0^{\pi/2}\cos^{10} x dx$ મેળવો. ૬

**અથવા**

૪ (અ) $\int\sec^n x\,dx$ નું લઘુકરણ સૂત્ર મેળવો અને તે પરથી $\int\sec^5 x\,dx$ ની કિંમત શોધો. ૬

(બ) વક્ર $r^m=a^m\cdot\sin m\theta$ માટે સાબિત કરો કે $\rho=\frac{a^m}{(m+1)\,r^{m-1}}$ ૬

(ક) વક્ર $y=\frac{x^2-2x-8}{x-1}$ માટે અનંત સ્પર્શકો શોધો.



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

૫ (અ) વિકલ સમીકરણ $(ax+by+c)\,dx+(a'x+b'y+c')\,dy=0$ ને ઉકેલવાની રીત વર્ણવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $\cos x\dfrac{dy}{dx}-y\cdot\sin x+y^2=0$ ૬

(ક) ઉકેલો : $(1+x)\,{}^{dy}\!/\!_{dx}+(1+2x)\,y=(1+x)^2$ ૬

**અથવા**

૫ (અ) સુરેખ વિકલ સમીકરણની વ્યાખ્યા આપી તેને ઉકેલવાની રીત દર્શાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $x\dfrac{dy}{dx}=y+\sqrt{y^2+x^2}$ ૬

(ક) ઉકેલો : $(2xy+y-\tan y)\,dx+\left(x^2-x\tan^2 y+\sec^2 y\right)dy=0$ ૬

૬ (અ) વિકલ સમીકરણ $f(x, y, p)=0$, જો $y$ માટે ઉકેલનીય હોય તો તેને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. ૬

(બ) ઉકેલો : $xp^2+(y-x)\,p-y=0$ ૬

(ક) ઉકેલો : $y=2px+y^2\cdot p^3$ ૬

**અથવા**

૬ (અ) ક્લેરોનું વિકલ સમીકરણ લખો અને તેને ઉકેલવાની રીત સમજાવો. તે પરથી $(y-xp)(p-1)=p$ નો સામાન્ય ઉકેલ લખો. ૬

(બ) ઉકેલો : $x=\dfrac{1}{p}+p$ ૬

(ક) ઉકેલો : $(px-y)\cdot(py+x)=h^2\cdot p$ ૬



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

# ENGLISH VERSION

**Instructions :** (1) As per the instructions no. 1 of page no. 1.
(2) Answer all questions.
(3) Figures to the right indicate marks of the question.
(4) Follow the usual notations.

**1** Answer the following questions : **15**

(1) If $y=\dfrac{x}{ax+b}$ then find $y_n$.

(2) Verify Rolle's theorem for the function
$f(x)=(x-1)^{2/3}\,;\, x\in[0,2]$.

(3) Obtain Curvature of the curve $y=\sin x$ at $x=\dfrac{\pi}{2}$.

(4) Find the value of $\displaystyle\int_0^{\infty}\frac{dx}{\left(1+x^2\right)^5}$

(5) Find order and degree of the differential equation :
$\displaystyle\int\frac{d^2y}{dx^2}\cdot dx=\left(\frac{dy}{dx}\right)^2+x$

(6) Solve : $(1+x)^2\dfrac{dy}{dx}=1+y^2$

(7) If $Z=x^2+2xy+y^2$ then find $\dfrac{\partial z}{\partial x}$ and $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

(8) Evaluate : $\lim\limits_{x\to\infty} x^x$

(9) Write the general solution of differential equation
$\dfrac{dx}{dy}+P'x=Q'$, where $P'$ and $Q'$ are functions of $y$.

(10) Solve : $y^2\cdot p^2=x^2$



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

2 (a) Obtain $y_n$ for $y = e^{ax} \cdot \cos(bx+c)$. And find $y_n$ for $y = e^x \cos 5x \cdot \cos 3x$ **6**

(b) If $y = \sin^{-1} x\,;\ |x| \le 1$ then prove that $(1-x^2)y_{n+2} - (2n+1)xy_{n+1} - n^2 y_n = 0$ **6**

(c) Obtain : $y_n$ for $y = \dfrac{2x+1}{(x-1)(2x-1)}$ **6**

**OR**

2 (a) Obtain $y_n$ for $y = \dfrac{1}{(ax+b)}\,;\ x, a, b \in R, ax+b \ne 0$. From that find $y_n$ for $y = \log(ax+b);\ ax+b > 0$. **6**

(b) Find $y_n$ for $y = \sin^2 x \cos^4 x$. **6**

(c) Obtain $y_n$ for $y = \dfrac{3x+1}{(x+1)^2 (x-2)}$ **6**

3 (a) State and prove Rolle's theorem and explain its geometrical interpretation. **6**

(b) Evaluate : $\lim\limits_{x \to 0} \left( \dfrac{\sin x}{x} \right)^{\frac{1}{x^2}}$. **6**

(c) Use Lagrange's theorem to prove that $\dfrac{b^b}{a^a} = (e \cdot \lambda)^{b-a}$; where $0 < a < \lambda < b$. **6**

**OR**

3 (a) State and prove Cauchy Theorem. **6**

(b) Evaluate : $\lim\limits_{x \to \pi/2} \dfrac{\tan x}{\tan 3x}$. **6**

(c) Prove that the value of $\sqrt{100} - \sqrt{99}$ lies between $\dfrac{1}{18}$ and $\dfrac{1}{20}$. **6**



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

4 (a) Prove that for any curve $y = f(x)$ radius of curvature is $\left| \frac{(1+y_1^2)^{3/2}}{y_2} \right|$, where $y_1 = \frac{dy}{dx}$; $y_2 = \frac{d^2y}{dx^2}$ **6**

(b) Find the point of inflexion for the curve $x = (y-1)\cdot(y-2)\cdot(y-3)$. **6**

(c) Obtain $\int_0^{\pi/2} \cos^n x dx$ and hence evaluate $\int_0^{\pi/2} \cos^{10} x dx$. **6**

**OR**

4 (a) Obtain the reduction formula for $\int \sec^n x\, dx$ and hence evaluate $\int \sec^5 x\, dx$. **6**

(b) For the curve $r^m = a^m \cdot \sin m\theta$, prove that **6**

$\rho = \frac{a^m}{(m+1)\, r^{m-1}}$

(c) Find asymptotes for the curve $y = \frac{x^2 - 2x - 8}{x-1}$. **6**

5 (a) Explain the method to solve the differential equation : $(ax + by + c)\,dx + (a'x + b'y + c')\,dy = 0$ **6**

(b) Solve : $\cos x \frac{dy}{dx} - y \cdot \sin x + y^2 = 0$ **6**

(c) Solve : $(1+x)\, {dy}/{dx} + (1+2x)\, y = (1+x)^2$ **6**

**OR**

5 (a) Define linear differential equation and explain the method to solve it. **6**

(b) Solve : $x\frac{dy}{dx} = y + \sqrt{y^2 + x^2}$ **6**

(c) Solve : $(2xy + y - \tan y)\,dx + \left(x^2 - x\tan^2 y + \sec^2 y\right) dy = 0$ **6**



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper

http://www.howtoexam.com

**6** (a) Explain the method to obtain general solution for the differential equation $f(x, y, p) = 0$ which is solvable for $y$. **6**

(b) Solve : $xp^2 + (y - x)p - y = 0$ **6**

(c) Solve : $y = 2px + y^2 \cdot p^3$ **6**

**OR**

**6** (a) State and explain the method to solve Clairaut's differential equation and hence write the general solution of $(y - xp)(p - 1) = p$ **6**

(b) Solve : $x = \frac{1}{p} + p$ **6**

(c) Solve : $(px - y) \cdot (py + x) = h^2 \cdot p$ **6**

HowToExam.com



Placement paper, University exam paper, entrance exam and school question paper